

INVARIJANTE

Hrvatski leksikon : INVARIJANTA (lat.), fizikalna i matematička veličina koja pod stanovitim uvjetima ima svojstvo nepromjenljivosti.

Često kada rješavamo **zadatak u kojem se odvija neki postupak**, dobro je naći neku invarijantu tog postupka, tj. neko svojstvo koje se ne mijenja tijekom postupka.

ZADATAK:

Zadana je petorka brojeva (3, 10, 23, 103, 231). Provodimo slijedeći postupak: biramo tri broja a_i , a_j i a_k ($i \neq j \neq k \neq i$), te ih zamijenimo s $a_i + 13$, $a_j - 7$ i $a_k - 6$. Koja od navedenih petorki brojeva se ne može dobiti uzastopnim ponavljanjem opisanog postupka?

A. (99, 19, 111, -3, 144)	B. (81, 11, -26, 90, 214)	C. (16, -2, 16, 96, 242)	D. (3, 4, 23, 96, 244)	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
------------------------------	------------------------------	-----------------------------	---------------------------	-------------------------------------

Rješenje:

Zadanim postupkom početnu petorku brojeva mijenjamo novom petorkom i to na način da dva broja ostaju nepromijenjena, jedan se povećava za 13, dok se dva broja smanjuju (jedan za 6, drugi za 7). Lako uočavamo da se takvom transformacijom suma početne petorke nije promijenila ($+13 - 7 - 6 = 0$)! Dakle, suma petorke je invarijanta. Koliko god puta provedemo zadani postupak, suma je konstantna.

Izračunajmo sumu početne petorke: $3 + 10 + 23 + 103 + 231 = 370$.

Provjerimo sume ponuđenih petorki:

A. $99 + 19 + 111 - 3 + 144 = 370$

B. $81 + 11 - 26 + 90 + 214 = 370$

C. $16 - 2 + 16 + 96 + 242 = 368$

D. $3 + 4 + 23 + 96 + 244 = 370$

U ponuđenom rješenju pod C je suma petorke 368 što se ne može dogoditi primjenom ovog postupka. Dakle, odgovor na pitanje u zadatku je C!

NAUČIMO:

- Česti izbori za invarijantu su: suma, produkt, suma kvadrata, suma recipročnih vrijednosti, alternirajuća suma, parnost, ostatak itd.
- Metoda invarijanti zasniva se na promatranju **onoga što se ne mijenja** kada provodimo neku transformaciju
- Koristimo je za dokazivanje da nešto **ne možemo postići**
- Ne pomaže u dokazivanju da nešto možemo postići! Tada moramo navesti način kako se to može postići.

Vježba:

- Državno natjecanje 1999. 1. razred, A razina, 4. zadatak
- Državno natjecanje 2004. 2. razred, A razina, 4. zadatak
- Državno natjecanje 2012. 3. razred, A razina, 5. zadatak

Maja Zelčić, prof.