

Zimsko kolo 2017./2018.

ŠKOLA	
EKIPA	
KATEGORIJA	B – C4
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ **MAT**ematika

www.matzelcic.com

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.1. Učenici su rješavali jednadžbu $2^{x^2} = 2^x$ i ustvrdili sljedeće:

- Marko: „Jednadžba ima točno jedno cjelobrojno rješenje“
- Janko: „Jednadžba ima točno jedno prirodno rješenje“
- Slavko: „Jednadžba ima bar jedno cjelobrojno rješenje“
- Mirko: „Jednadžba ima bar jedno prirodno rješenje“

Koliko je učenika u pravu?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
1	2	3	4	

1.2. Zbroj pet uzastopnih parnih brojeva je 150. Koliki je zbroj neparnih brojeva koji su između njih?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
90	120	150	180	

1.3. Cipele su poskupjele 10%, a nakon mjesec dana pojeftinile 10%. Kakva je konačna cijena nakon pojeftinjenja u odnosu na cijenu prije poskupljenja?

A.	B.	C.	D. Nije moguće odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
Ostala je ista	Smanjila se	Povećala se		

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.4. Neka je P polovište brida $\overline{AA_1}$ kvadra $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Koliko je volumen tijela $ABCP$ u odnosu na volumen kvadra?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
Duplo manji	Tri puta manji	Šest puta manji	Dvanaest puta manji	

1.5. U nizu MATLIGAMATLIGA...MATLIGA prebrišemo sva slova na parnim mjestima, zatim opet na dobivenom nizu prebrišemo sva slova na parnim mjestima i postupak ponavljamo dok ne ostane napisano samo jedno slovo. Koje je to slovo?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
M	T	I	A	

1.6. Točke A, B, C, D i E vrhovi su peterokuta. Koliko pravaca je određeno tim vrhovima?

A. 10	B. 20	C. 5	D. 15	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	----------------	-----------------	---

1.7. Ploču dimenzija 308 cm i 572 cm treba izrezati na jednake kvadrate maksimalne površine. Koliko takvih kvadrata ima?

A. 91	B. 44	C. 11	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	-------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

1.8. S koliko nula završava umnožak $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50$?

A. 9	B. 10	C. 11	D. 12	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

1.9. Koliko je $1 - \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{x^2+3x+2}{1-2x+x^2}$?

A. $\frac{2}{1-x}$	B. 0	C. $\frac{3(x+1)}{(1-x)^2}$	D. $\frac{x+1}{(1-x)^2}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------	----------------	------------------------------------	---------------------------------	---

1.10. Izračunaj: $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 14} + \dots + \frac{1}{2013 \cdot 2017}$.

A. $\frac{2016}{2017}$	B. $\frac{504}{2017}$	C. $\frac{2018}{2017}$	D. $\frac{1009}{2017}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	---

1.11. Ako se stranica \overline{AC} trokuta ABC vidi iz središta tom trokutu **opisane** kružnice pod kutom od 70° , a stranica \overline{BC} pod kutom od 90° , pod kojim se kutom vidi stranica \overline{AB} trokuta ABC iz središta tom trokutu **upisane** kružnice?

A. 140°	B. 100°	C. 30°	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	--------------------------	-------------------------	----------------------------------	---

1.12. Koliko cjelobrojnih parova (x, y) zadovoljava jednadžbu $4x - x^2 = y^2 + 2y$?

A. 0	B. 2	C. 4	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
---------------------------	------------------------	------------------

2.1. Koji od kompleksnih brojeva $z_1 = 1+i$, $z_2 = 1+2i$, $z_3 = 3i$ je najveći?

A. $z_1 = 1+i$	B. $z_2 = 1+2i$	C. $z_3 = 3i$	D. Ne postoji najveći	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	--------------------	------------------	--------------------------	------------------------------------

2.2. Koja od navedenih tvrdnji **nije uvijek** točna?

A. Kvadrat je pravokutnik	B. Zbroj veličina unutarnjih kutova pravokutnika je 360°	C. Kvadrat ima manji opseg od pravokutnika	D. Dijagonale pravokutnika se raspolavljaju	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------	---	--	---	------------------------------------

2.3. Za koji $a \in \mathbb{R}$ jednadžba $(a-1)x^2 - 2ax + 4 = 0$ ima dva realna i različita rješenja?

A. $a \in \mathbb{R}$	B. $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$	C. $a \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$	D. $a \in \emptyset$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	--	---	-------------------------	------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
--------------------------	------------------------	------------------

2.4. Središnji kut nad tetivom \overline{AB} dane kružnice je 100° . Koliki je kut što ga tangenta na tu kružnicu u točki B zatvara s tetivom \overline{AB} ?

A. 40°	B. 45°	C. 50°	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	------------------	------------------	---------------------------	------------------------------------

2.5. Broj 2310 umnožak je tri dvoznamenkasta broja. Koji od navedenih brojeva sigurno **nije** jedan od faktora?

A. 21	B. 35	C. 11	D. 15	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------	----------	----------	----------	------------------------------------

2.6. Korijeni kvadratne jednadžbe $2x^2 - 3x + 5 = 0$ su jednaki trostrukim korijenima jednadžbe $x^2 + ax + b = 0$. Koliko je $a + b$?

A. $-\frac{2}{9}$	B. $\frac{7}{9}$	C. $\frac{4}{9}$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	---------------------	---------------------	---------------------------	------------------------------------

2.7. Trokutu sa stranicama 12 cm, 17 cm i 25 cm upisana je i opisana kružnica. Kolika je apsolutna vrijednost razlike njihovih polumjera?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{35}{3}$	$\frac{65}{3}$	$\frac{35}{2}$	$\frac{65}{6}$	

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

2.8. Kolika je površina skupa određenog uvjetima $|z| < 2$ i $|z-1| \geq |z-2-i|$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\pi - 2$	$\frac{\pi}{2} - 2$	$3\pi + 2$	$\pi - 4$	

2.9. Koliko rješenja ima jednadžba $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2x$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
0	1	2	3	

2.10. Maratonac je trčao od jednog kraja grada do drugog i natrag 3 sata i 20 minuta. Prosječna brzina u jednom smjeru mu je bila 10 km/h, a u drugom 8 km/h. Koliki je put pretrčao maratonac?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
30 km	29.63 km	14.81 km	15 km	

2.11. Kojom znamenkom završava umnožak 2017 faktora pri čemu je svaki faktor 333?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
3	9	7	1	

2.12. Broj 12321 je palindrom – čitan s desna na lijevo daje isti broj kao s lijeva na desno. Koliko petoznamenkastih palindroma postoji?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
729	900	1000	648	

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -2 boda**3.1. Što je ekvivalentno s $x^2 < 4$?

A. $x < 2$	B. $x < \pm 2$	C. $x > -2$ ili $x < 2$	D. $x > -2$ i $x < 2$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	--------------------------	-----------------------------------	---------------------------------	---

3.2. Kolika je posljednja znamenka najvećeg peteroznamenastog broja djeljivog s 23?

A. 7	B. 5	C. 3	D. 1	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

3.3. Koliko je $\sin \frac{352\pi}{3}$?

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	C. $-\frac{1}{2}$	D. $\frac{1}{2}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------	----------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -4 boda**3.4. Neka su a i b najmanji prirodni brojevi takvi da je $400 \cdot a = b \cdot b \cdot b$. Koliko djelitelja ima broj a ?

A. 3	B. 4	C. 7	D. 6	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

3.5. Koliki je temeljni period funkcije $f(x) = \left| 3 \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) \right|$?

A. π	B. 2π	C. 3π	D. 4π	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---

3.6. Kojim eksponentom treba potencirati 9^9 da bi dobili 27^{27} ?

A. 4.5	B. 3	C. 9	D. $\log_9 27$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	----------------	----------------	--------------------------	---

3.7. Koji od navedenih brojeva je najmanji?

A. sin 2	B. tg2	C. cos 2	D. ctg2	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	------------------	--------------------	-------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

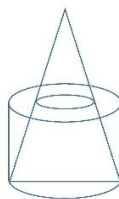
3.8. Koliki je zbroj svih rješenja jednadžbe $\log(2^x - 5) + \log(2^x - 7) = \log 3$?

A. 2	B. 3	C. 5	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

3.9. Od svih kružnih isječaka opsega a , nađi onaj s najvećom površinom. Koliki je njegov polumjer?

A. $\frac{a}{3}$	B. $\frac{a}{2}$	C. $\frac{a}{4}$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------------	---

3.10. Uspravni kružni stožac uronjen je u čašu punu vode oblika valjka iste baze do polovice svoje visine tako da mu vrh bude izvan čaše. Kolika količina vode je pri tome iscurila iz čaše, ako je u njoj bilo 6 dl vode?



A. 2.5 dl	B. 3.5 dl	C. 0.25 dl	D. 1.75 dl	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	----------------------	----------------------	---

3.11. Koliko rješenja ima jednadžba $\left| 8 \sin \frac{\pi x}{4} \right| = |x|$?

A. 3	B. 4	C. 7	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

3.12. Koliko trokuta s cjelobrojnim duljinama stranica postoji kojima je jedna stranica duljine 4 cm, a opseg nije veći od 12 cm?

A. 18	B. 12	C. 9	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	----------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.1. Koliko prirodnih brojeva x zadovoljava jednakost $V(x,100) = 100$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
4	8	9	Beskonačno	

4.2. U kutove šahovske ploče postavljena su 4 topa. Na crno polje ploče želimo postaviti lovca, a na bijelo skakača i to tako da ih topovi ne napadaju. Koliko mogućnosti za to imamo? (Topovi napadaju duž linija.)

8	a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8
7	a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7
6	a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6
5	a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5
4	a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4
3	a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3
2	a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2
1	a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1
	a	b	c	d	e	f	g	h

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
18	36	72	324	

4.3. Drvena kocka s bridom duljine 3 cm obojana je u ljubičastu boju, a kocka brida 4 cm u zelenu boju. Obje su razrezane na kockice brida 1 cm. Ako uzmemo sve kockice s dvije ljubičaste strane i sve kockice s jednom zelenom stranom, koliko je to ukupno kockica?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
24	28	32	36	

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.4. Koliki je ostatak pri dijeljenju broja $1! + 2! + 3! + \dots + 50!$ sa 7?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
0	5	3	6	

4.5. Koji od kompleksnih brojeva $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 3 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$ i $z_3 = 5 \left(\cos \frac{13\pi}{4} - i \sin \frac{15\pi}{4} \right)$ ima najveći argument?

A.	B.	C.	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
z_1	z_2	z_3		

4.6. Skup svih točaka ravnine kojima je zbroj udaljenosti od točaka $(-3, 0)$ i $(3, 0)$ jednak 10 je:

A. Kružnica polumjera 5	B. Elipsa s glavnom osi 5	C. Hiperbola s glavnom osi 5	D. Elipsa s glavnom osi 10	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------------	-------------------------------------	--	--------------------------------------	---

4.7. Koliki je zbroj svih koeficijenata u raspisu izraza $\left(3\sqrt{x} - \frac{5}{2}\sqrt[3]{y}\right)^6$?

A. $\frac{1}{32}$	B. $\frac{1}{64}$	C. 0	D. 1	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	-----------------------------	----------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

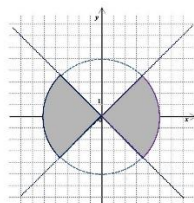
ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. Dva vrha jednakostraničnog trokuta duljine stranice 4 leže u fokusima elipse, a jedan vrh u tjemenu centralne elipse. Kolika je mala os te elipse?

A. $2\sqrt{3}$	B. $4\sqrt{3}$	C. 12	D. 6	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	--------------------------	-----------------	----------------	---

4.9. Skup svih kompleksnih brojeva na slici zadan je svojstvom:



A. $ z \leq 5$ i $-\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}$	B. $ z \leq 5$ i $ \operatorname{tg}(\arg z) \leq 1$	C. $z^2 \leq 25$ i $ \operatorname{tg}(\arg z) \leq 1$	D. $ z \leq 5$ i $\operatorname{tg}(\arg z) \leq 1$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	--	---	--	---

4.10. Najkraća izvodnica kosog stošca jednaka je dijimetru baze $2r$, dok najdulja izvodnica zatvara s ravninom baze kut 30° . Koliki je volumen stošca?

A. $\frac{\sqrt{3}}{3} r^3 \pi$	B. $\frac{\sqrt{3}}{2} r^3 \pi$	C. $\frac{\sqrt{3}}{6} r^3 \pi$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	--	--	----------------------------------	---

4.11. Na koliko se najviše dijelova može podijeliti krug s četiri pravca?

A. 12	B. 8	C. 10	D. 11	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	----------------	-----------------	-----------------	---

4.12. Zadana je trojka brojeva (3, 10, 23). Provodimo slijedeći postupak: biramo dva broja a_i i a_k ($i \neq j$) te ih zamijenimo s $a_i + 21$, $a_j - 7$. Koja od navedenih trojki brojeva se ne može dobiti uzastopnim ponavljanjem opisanog postupka?

A. (-4, -18, 128)	B. (-60, 199, 23)	C. (-4, 65, 170)	D. (-32, 66, 128)	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	-----------------------------	----------------------------	-----------------------------	---

RJEŠENJA

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.	C	2.1.	D	3.1.	D	4.1.	C
1.2.	B	2.2.	C	3.2.	D	4.2.	D
1.3.	B	2.3.	C	3.3.	A	4.3.	D
1.4.	D	2.4.	C	3.4.	D	4.4.	B
1.5.	A	2.5.	B	3.5.	B	4.5.	C
1.6.	A	2.6.	A	3.6.	A	4.6.	D
1.7.	A	2.7.	D	3.7.	B	4.7.	B
1.8.	D	2.8.	A	3.8.	B	4.8.	A
1.9.	A	2.9.	B	3.9.	C	4.9.	B
1.10.	B	2.10.	B	3.10.	B	4.10.	A
1.11.	A	2.11.	A	3.11.	C	4.11.	D
1.12.	D	2.12.	B	3.12.	D	4.12.	C