



Ljetno kolo 2017./2018.

ŠKOLA	
EKIPA	
KATEGORIJA	A
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

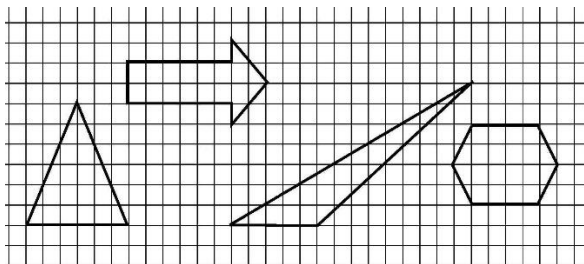
1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ **MAT**ematika

www.matzelcic.com.hr

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -2 boda**

1.1. Koji od likova ima najveću površinu?



A. Prvi	B. Drugi	C. Treći	D. Četvrti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	--------------------	--------------------	----------------------	---

1.2. Koliko brojeva oblika $123abc$ je djeljivo s 3, 5 i 8?

A. 9	B. 8	C. 7	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	------------------------------	---

1.3. Prirodan broj ima svojstvo da kada mu dodamo zbroj njegovih znamenaka dobijemo 533. Koliki je zbroj znamenaka tog broja?

A. 10	B. 9	C. 18	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	----------------	-----------------	-------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -4 boda**1.4. Prikaži u koordinatnoj ravnini skup svih točaka čije koordinate x i y zadovoljavaju uvjet $|x+3| = |y-2|$. Kolika je površina lika što ga taj skup točaka zatvara s osi ordinata?

A. 4	B. 5	C. 9	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	-------------------------------	---

1.5. Koliko rješenja ima jednadžba $x(x-1)(x-2)(x-3) = x(x-2)(x-3)(x-4)$?

A. 0	B. 4	C. 3	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	-------------------------------	---

1.6. Harmonijska sredina brojeva a, b i c je broj $H(a, b, c) = \frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}$. Koji od navedenih brojeva je najmanji?

A. $H(1, 2, 3)$	B. $H\left(1, \frac{1}{2}, 3\right)$	C. $H\left(1, 2, \frac{1}{3}\right)$	D. $H\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------	--	--	--	---

1.7. Koliki kut zatvaraju dijagonale pravilnog peterokuta povučene iz istog vrha?

A. 72°	B. 36°	C. 102°	D. 18°	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	--------------------------	-------------------------	---

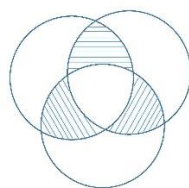
TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

1.8. Neka je broj $\overline{3a5b678c9d}$ djeljiv s 11. Koliko različitih vrijednosti može poprimiti zbroj $a+b+c+d$?

A. 4	B. 3	C. 10	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	-----------------	----------------------------------	---

1.9. Tri kružnice polumjera r nalaze se u ravni tako da središte svake od njih leži na sjecištu drugih dviju kružnica. Odredi površinu lika nastalog presjekom točno dvaju krugova određenih tim kružnicama (vidi sliku).

A. $\frac{r^2\pi}{2}$	B. $\frac{r^2\pi}{2} - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}$	C. $\frac{r^2\pi}{6}$	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------	---	---------------------------------	----------------------------------	---

1.10. Za koje realne parametre a je ispunjen uvjet $\frac{x}{y} \geq 1$, pri čemu su x i y rješenja sustava $x+ay=1$ i $ax+y=0$?

A. $a \in \langle -1, 0 \rangle$	B. $a \in [0, 1]$	C. $a \in \mathbb{R} \setminus \langle 0, 1 \rangle$	D. $a \in \langle 0, 1 \rangle$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	-----------------------------	--	---	---

1.11. Ako pravci $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$ i $\frac{x}{3} + \frac{y}{n} = 1$ zatvaraju s osi apscisa trokut površine 14, što od navedenog **ne vrijedi** ni za jedan takav n ?

A. $n < -10$	B. $-10 < n < -2$	C. $-2 < n < 2$	D. $n \in \mathbb{Z}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------	-----------------------------	---------------------------	---------------------------------	---

1.12. Koliko cijelih brojeva zadovoljava nejednakost $\frac{x^3(x-5)(8+x)^2(x^2-4x)}{(x+4)(2-4x)^5(3+x)^2} \geq 0$?

A. 6	B. 7	C. 5	D. Beskonačno	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	-------------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.1. Koliko ima prirodnih brojeva manjih od 1000 koji su djeljivi bar s jednim od brojeva 3 i 4?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
582	583	499	500	

2.2. Luka ima pet štapića duljina 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm i 5 cm. Koliko trokuta može složiti s tim štapićima?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
10	5	3	Ništa od navedenoga	

2.3. Ako spojimo polovišta dviju susjednih stranica pravokutnika dobiti ćemo peterokut i trokut. Opseg peterokuta je za 50 cm veći od trokuta. Koliki je opseg pravokutnika?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
50 cm	100 cm	75 cm	Ne može se odrediti	

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.4. Skup svih rješenja nejednadžbe $25 \cdot 0.4^{x^2} \geq \left(\frac{4}{5}\right)^2$ je:

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$x \in [-2, 2]$	$x \in \mathbb{R} \setminus [-2, 2]$	$x \in \mathbb{R} \setminus \langle -2, 2 \rangle$	$x \in \langle -\infty, 2 \rangle$	

2.5. U rastavu $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x+2}$, odredi koeficijente a , b i c . Koliki im je zbroj?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
0	2	-1	-2	

2.6. Nad stranicama jednakostraničnog trokuta ABC sa stranicom duljine a nacrtani su s vanjske strane kvadrati $BCNM$ i $CAQP$. Kolika je udaljenost sjecišta dijagonala tih kvadrata?

A.	B.	C.	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$a\sqrt{2} \cos 75^\circ$	$2a\sqrt{2} \sin 75^\circ$	$a\sqrt{2} \sin 75^\circ$		

2.7. Na koliko načina možemo izabrati uređeni par (a, b) tako da $a < b$ i da su a i b elementi skupa prvih 218 prirodnih brojeva?

A. 47 524	B. 47 306	C. 23 653	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	---------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -6 bodova
---------------------------------	-------------------------------	---------------------------

2.8. U jednakokraknom trokutu čiji je krak duljine b vrijedi da je zbroj visine na osnovicu i pola osnovice jednak $\frac{3}{2}b$.

Kolika je visina na krak?

A. $\frac{9}{8}b$	B. $\frac{9}{8}b^2$	C. $\frac{5}{4}b$	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	-------------------------------	-----------------------------	---------------------------------	---

2.9. Iz točke presjeka zajedničkih unutarnjih tangenata dviju kružnica čija su središta udaljena 10 cm vide se kružnice pod kutom od 60° . Koliki je zbroj polumjera tih kružnica?

A. Manji od 2.5 cm	B. 2.5 cm	C. 5 cm	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	---------------------	-------------------	----------------------------------	---

2.10. Koliko najmanje znamenaka moramo obrisati u broju 9876543210 da bi dobiveni broj bio djeljiv sa 72?

A. 4	B. 5	C. 2	D. 3	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

2.11. Odredi realan parametar a takav da je broj $\frac{(\sqrt{a} - i\sqrt{a})^{16}}{(1 + i\sqrt{3})^{12}}$ realan.

A. $a \in \mathbb{R}$	B. $a \in [0, \infty)$	C. $a \in \emptyset$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------	----------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	---

2.12. Koliko parova cijelih brojeva x i y zadovoljava jednadžbu $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$?

A. 7	B. 14	C. 6	D. 13	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-----------------	----------------	-----------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.1. Najveći zajednički djelitelj tri prirodna broja je 17, a najmanji zajednički višekratnik istih brojeva je 170. Koliki je umnožak tih brojeva?

A. 49 130	B. 170	C. 2 890	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	------------------	--------------------	-------------------------------	---

3.2. U jednakokračnom trapezu $ABCD$ kraća osnovica \overline{CD} jednako je duga kao i krak \overline{AD} i međusobno zatvaraju kut od 120° . Kolika je mjera kuta između dijagonala trapeza?

A. 30°	B. 120°	C. 90°	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	--------------------------	-------------------------	-------------------------------	---

3.3. Aritmetička sredina deset različitih prirodnih brojeva je 130. Kolika je najveća moguća aritmetička sredina dvaju od tih deset brojeva?

A. 47	B. 1264	C. 632	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-------------------	------------------	-------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.4. Koliko rješenja ima jednačina $\left| 3 \cos \frac{\pi x}{3} \right| = \left| |2x - 6| - 3 \right|$?

A. 5	B. 3	C. 4	D. 6	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

3.5. Koliki je umnožak svih rješenja u skupu kompleksnih brojeva jednačine $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) = 8$?

A. -112	B. 120	C. 112	D. -120	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	------------------	------------------	-------------------	---

3.6. Ako za vektore $\vec{a} \neq \vec{0}$ i $\vec{b} \neq \vec{0}$ vrijedi $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$, koja od navedenih tvrdnji je točna?

A. Takvi vektori ne postoje	B. Kut između vektora je 45°	C. Vektori su okomiti	D. Vektori su kolinearni	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------------	---	---------------------------------	------------------------------------	---

3.7. Kako glasi vektor translacije koji kružnicu $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 25 = 0$ preslikava u kružnicu

$$x^2 + y^2 - 8x + 4y + 11 = 0?$$

A. $-7\vec{i} + 7\vec{j}$	B. $7\vec{i} - 7\vec{j}$	C. $-7\vec{i} - 7\vec{j}$	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------------	------------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

3.8. Koliko postoji četveroznamenastih brojeva s neparnim znamenkama koji imaju bar jednu znamenku 5?

A. 192	B. manje od 150	C. 369	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	---------------------------	------------------	---------------------------------	---

3.9. Kugla je presječena sa dvije paralelne ravnine koje se nalaze s iste strane središta i udaljene su za 5 cm. Površine presjeka tih dviju ravnina s kuglom su 144π cm² i 225π cm². Kolika je udaljenost bliže ravnine od središta kugle?

A. 5.6 cm	B. 8.1 cm	C. 7 cm	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	-------------------	---------------------------------	---

3.10. Odredi skup svih realnih parametara a za koje jednačina $\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x = a$ ima rješenje u skupu realnih brojeva.

A. $a \in \mathbb{R} \setminus \langle -2, 2 \rangle$	B. $a \in \mathbb{R} \setminus [-2, 2]$	C. $a \in [-2, 2]$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	---	------------------------------	----------------------------------	---

3.11. Trapezu se može opisati kružnica, a njeno je središte na većoj osnovici trapeza. Ako je šiljasti kut trapeza 75° koliki kut zatvara dijagonala trapeza s njegovom duljom osnovicom?

A. 30°	B. 60°	C. 15°	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	---------------------------------	---

3.12. U pravilnu šesterostranu prizmu upisana je kugla polumjera r koja dodiruje sve plohe prizme. Odredi volumen prizme.

A. $4\sqrt{3} r^3$	B. $2\sqrt{3} r^3$	C. $\sqrt{3} r^3$	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	------------------------------	-----------------------------	---------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.1. Paralelogram i trokut imaju osnovice jednake duljine. Ako je duljina visine na osnovicu paralelograma tri puta dulja od visine na osnovicu trokuta, koliko puta je površina paralelograma veća od površine trokuta?

A.	B.	C.	D.	E.
3	6	3.5	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.2. Kada svim troznamenkastim brojevima obrišemo znamenku jedinice, koliko je među dobivenim brojevima brojeva djeljivih s 5?

A.	B.	C.	D.	E.
90	18	180	Ništa od navedenoga	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.3. Neki prirodan broj pri dijeljenju sa 6, 9 i 15 daje ostatak 1. Koliki je zbroj znamenaka najmanjeg takvog četveroznamenkastog broja?

A.	B.	C.	D.	E.
18	9	10	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.4. Ako na sreću odaberemo neki broj od 1 do 1000, kolika je vjerojatnost da taj broj nije djeljiv s 12?

A.	B.	C.	D.	E.
$\frac{912}{1000}$	$\frac{83}{1000}$	$\frac{917}{1000}$	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.5. Odredi područje definicije funkcije $f(x) = \frac{\arcsin \frac{3x}{2}}{\sqrt{-x}}$.

A.	B.	C.	D.	E.
$x \in \mathbb{R}$	$x \in \langle -\infty, 0 \rangle$	$x \in \left[-\frac{2}{3}, 0 \right)$	$x \in \left\langle -\frac{2}{3}, 0 \right]$	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.6. Odredi udaljenost žarišta hiperbole $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ od njegove asimptote.

A.	B.	C.	D.	E.
b	a	$\frac{a+b}{2}$	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.7. U jednakokrakom trapezu $ABCD$ kraća osnovica \overline{CD} duga je 4 cm kao i krak \overline{AD} i oni međusobno zatvaraju kut od 150° . Koliko je oplošje tijela koje nastaje rotacijom tog trapeza oko veće osnovice?

A.	B.	C.	D.	E.
$24\pi \text{ cm}^2$	$32\pi \text{ cm}^2$	$64\pi \text{ cm}^2$	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. Za realne funkcije f i g vrijedi $f(x-1) + x \cdot g(x-3) = 5$ i $2f(x-1) + g(x-3) = 3$. Odredi $f(x) : g(x)$.

A.	B.	C.	D.	E.
$\frac{3x+4}{2x+5}$	$\frac{6x^2+11x-10}{7(2x+1)}$	$\frac{3x-3}{2x+5}$	Ništa od navedenog	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.9. Izračunaj $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos 2 - \cos x}{2 - x}$.

A.	B.	C.	D.	E.
2	$-\cos 2$	$\sin 2$	$-\sin 2$	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.10. U polukrug polumjera r upisan je kvadrat, a zatim je tom kvadratu upisan polukrug s istim središtem kao i početni. Dobivenom polukrugu upisan je novi kvadrat a njemu opet polukrug itd. Koliki je zbroj površina svih tako dobivenih kvadrata?

A.	B.	C.	D.	E.
$\frac{1}{2}r^2$	r^2	$\frac{3}{5}r^2$	Ništa od navedenoga	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.11. Kolika je vjerojatnost da je umnožak xy pozitivan, ako su x i y realni brojevi za koje vrijedi $|x-2| \leq 3$ i $|y+3| \leq 4$?

A.	B.	C.	D.	E.
$\frac{35}{48}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.12. Koji od navedenih brojeva ima najmanji broj djelitelja?

A.	B.	C.	D.	E.
$\binom{18}{15}$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n+4} - 6^4}{6^n - 1}$	$\log_2 \frac{\sqrt[5]{1024^3}}{2^{-20}}$	$10404_{(5)}$	Ne želimo odgovoriti na pitanje

RJEŠENJA

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.	D	2.1.	C	3.1.	A	4.1.	B
1.2.	A	2.2.	C	3.2.	B	4.2.	C
1.3.	A	2.3.	B	3.3.	C	4.3.	C
1.4.	C	2.4.	A	3.4.	A	4.4.	C
1.5.	C	2.5.	A	3.5.	C	4.5.	C
1.6.	D	2.6.	C	3.6.	D	4.6.	A
1.7.	B	2.7.	C	3.7.	B	4.7.	B
1.8.	A	2.8.	C	3.8.	C	4.8.	B
1.9.	A	2.9.	C	3.9.	A	4.9.	D
1.10.	A	2.10.	C	3.10.	A	4.10.	B
1.11.	B	2.11.	B	3.11.	C	4.11.	B
1.12.	A	2.12.	D	3.12.	A	4.12.	C