



Ljetno kolo 2017./2018.

ŠKOLA	
EKIPA	
KATEGORIJA	B – C4
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ MATematika

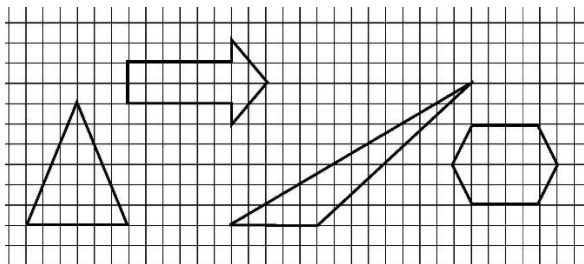
www.matzelcic.com.hr

Autori zadatka: Josip Kličinović, profesor matematike
Maja Zelčić, profesorica matematike

Recenzenti: Maja Zelčić, profesorica matematike
Josip Kličinović, profesor matematike

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.1. Koji od likova ima najveću površinu?

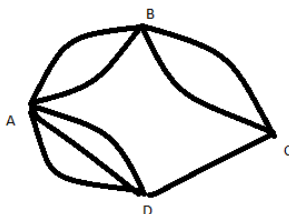


A. Jednakokrtačan trokut	B. Strelica	C. Tupokutan trokut	D. Šesterokut	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------------	-----------------------	-------------------------------	-------------------------	---

1.2. Koliko dijagonala ima mnogokut koji ima dvadeset dvije stranice?

A. 54	B. 135	C. 209	D. 275	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	------------------	------------------	------------------	---

1.3. Na slici je prikazana ruta kojom Ana svaki dan obavlja šetnju. Svaki dan počne od zgrade u kojoj živi (točka A) te na svom putu obavezno posjeti svoje prijateljice Bibu, Ceciliju i Dubravku čije su zgrade u točkama B, C i D. Na kraju šetnje se vrati kući. Neposredno prije šetnje Ana odluči hoće li prijateljice posjetiti u smjeru kazaljke na satu ili obrnuto od smjera kazaljke na satu, te zadržava taj smjer dok se ne vrati kući. Na koliko načina Ana može obaviti svoju šetnju ako su ceste prikazane kako je naznačeno na grafikonu ispod?



A. 24	B. 20	C. 12	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.4. Za koliko je prirodnih brojeva n razlomak $\frac{4n+7}{2n-1}$ prirodan broj?

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

1.5. Kolika je površina jednakokrtačnog trapeza kojemu su osnovice duljina 8 cm i 4 cm, a kut uz dulju osnovicu 60° ?

A. $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$	B. $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$	C. $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	--	--	----------------------------------	---

1.6. Koja je najmanja vrijednost izraza $4x^2 + 4x + 2$?

A. 0	B. 1	C. 2	D. 4	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

1.7. Koliki je opseg romba kojemu su dijagonale duljina 12 cm i 16 cm?

A. 96	B. 56	C. 48	D. 40	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

1.8. Pekar želi rasporediti 40 kilograma brašna u vreće od 3 kg i 2 kg tako da sve vreće budu pune. Koliko najmanje vreća, i jednih i drugih zajedno, pekar mora upotrijebiti?

A. 14	B. 15	C. 16	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	----------------------------------	---

1.9. Koliko je četveroznamenastih brojeva koji su djeljivi s bar jednim od brojeva 3 ili 4?

A. 4500	B. 4501	C. 4499	D. 4502	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	---

1.10. Iz kojeg intervala mora biti realan parametar k tako da jednačba $||x - 1| - 3| = k$ ima točno četiri realna rješenja?

A. $[0, +\infty >$	B. $< 0, 3 >$	C. $< 3, +\infty >$	D. $< -2, 4 >$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	-------------------------	-------------------------------	--------------------------	---

1.11. Kolika je duljina najkraće visine trokuta određenog točkama $(1,1)$, $(2,4)$, $(5,3)$?

A. $\sqrt{3}$	B. $\sqrt{5}$	C. $2\sqrt{3}$	D. $2\sqrt{5}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	--------------------------	--------------------------	---

1.12. Koliko ima parnih četveroznamenastih brojeva kojima se znamenke ne ponavljaju?

A. 504	B. 1792	C. 2296	D. 2520	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	-------------------	-------------------	-------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.1. Za koju vrijednost realnog parametra a kvadratna jednadžba $2ax = ax^2 + a + 1$ ima realna rješenja?

A. $< -\infty, 0]$	B. $< -\infty, 0 >$	C. $< 0, +\infty >$	D. $[0, +\infty >$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	------------------------------	---

2.2. Zadana je kružnica i točka koja je od te kružnice udaljena za duljinu polumjera te kružnice. Odredi udaljenost dirališta tangenata povučениh iz te točke na danu kružnicu.

A. r	B. $r\sqrt{3}$	C. $\frac{\sqrt{2}}{2}r$	D. $\frac{\sqrt{3}}{2}r$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	--------------------------	------------------------------------	------------------------------------	---

2.3. Luka ima pet štapića duljina 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm i 5 cm. Koliko trokuta može složiti s tim štapićima?

A. 10	B. 5	C. 3	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	----------------	----------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.4. Visina na krak jednakokraknog trokuta dijeli krak u omjeru 2 : 3 počevši od osnovice trokuta prema nasuprotnom vrhu. Što vrijedi za kut nasuprot osnovice?

A. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$	B. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$	C. $\tan \alpha = \frac{2}{3}$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	--	--	----------------------------------	---

2.5. Odredi umnožak kompleksnih brojeva z i w ako vrijedi $z + 2w = 10 - 2i$, $\bar{w} - 2z = -5 - 2i$.

A. $-16 + 2i$	B. $2 - 16i$	C. $16 - 2i$	D. $-2 - 16i$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	------------------------	------------------------	-------------------------	---

2.6. Koja od navedenih jednadžbi ima rješenja koja su recipročna rješenjima kvadratne jednadžbe $4x^2 - 6x - 7 = 0$?

A. $6y^2 + 7y - 4 = 0$	B. $6y^2 - 7y - 4 = 0$	C. $7y^2 + 6y - 4 = 0$	D. $7y^2 + 4y - 6 = 0$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	---

2.7. Koju najmanju vrijednost postiže funkcija $f(x) = 2x^2 + bx - 3$ ako je $f(2) = f(-4)$?

A. 4	B. -1	C. 5	D. -5	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-----------------	----------------	-----------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

2.8. U čaši oblika valjka polumjera baze 3 cm i visine 1 dm, nalazi se voda do $\frac{3}{4}$ visine čaše. Svaki Perin gutljaj je prosječno 0.2 dL. Koliko je razina vode udaljena od vrha čaše nakon što je Pero otpio tri gutljaja?

A. 2.71 cm	B. 4.62 cm	C. 4.27 cm	D. 3.87 cm	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	---

2.9. Ana, Barica i Claudija su smislile igru. Svaka će zamisliti jedan cijeli broj i reći jednu izjavu, a njihova prijateljica Davorka mora otkriti o koje brojeve su zamislile. Ana je rekla: „Logaritam mog broja jednak je Claudijinom broju“; Barica je rekla: „Moj broj na Caludijin broj jednak je Aninom broju. Također, apsolutna vrijednost mog broja je jednoznačenast broj različit od nule!“; Claudija je rekla: „Moj je broj jednak zbroju Aninog i Baričinog broja“. Koliki je zbroj Aninog, Baričinog i Claudijinog broja?

A. -2	B. 0	C. 2	D. 4	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	----------------	----------------	----------------	---

2.10. Neka su a , b i c realni brojevi različiti od nule za koje vrijedi $\frac{a}{bc} > 1$. Što od navedenog **ne mora vrijediti** za brojeve a , b , c ?

A. $abc > 0$	B. $ a > bc$	C. $a > bc$	D. $\frac{c}{ab} > 0$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------	-------------------------	-----------------------	---------------------------------	---

2.11. Što od navedenog vrijedi za realne parametre a i b ako je polinom $P(x) = x^4 - 2x^3 + ax^2 + x - b$ djeljiv polinomom $Q(x) = x - 1$?

A. $a = -b$	B. $a + b = -1$	C. $a + b = 1$	D. $a = b$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------	---------------------------	--------------------------	----------------------	---

2.12. Na Otoku Čuda nalazi se kolonija kameleona. Među njima je 31 crveni, 41 plavi i 51 zeleni kameleon. Ako se sretnu dva kameleona različite boje, oba će promijeniti boju u onu treću boju. Ako se pak sretnu dva kameleona iste boje, pozdravit će se i otići svatko svojim putem bez mijenjanja boje. Nikad se ne sretne više od dva kameleona istovremeno. Koja od sljedećih distribucija boja kameleona na Otoku Čuda se **ne može** dogoditi?

A. 63 C, 20P, 40 Z	B. 55 C, 45 P, 23 Z	C. 40 C, 41 P, 42 Z	D. 33 C, 30 P, 60 Z	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.1. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = \sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{\pi}{3}\right) - 2 \operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. 3π	B. $\frac{2\pi}{3}$	C. $\frac{11\pi}{3}$	D. 6π	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	-------------------------------	--------------------------------	---------------------	---

3.2. Aritmetička sredina deset različitih prirodnih brojeva je 130. Kolika je najveća moguća aritmetička sredina dvaju od tih deset brojeva?

A. 47	B. 1264	C. 632	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-------------------	------------------	----------------------------------	---

3.3. Kolika je površina kružnog vijenca kojeg određuju dvije koncentrične kružnice kojima su jednadžbe $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 1 = 0$ i $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 19 = 0$?

A. 2π	B. 14π	C. 20π	D. 24π	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	----------------------	----------------------	----------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.4. Koji je od navedenih vektora jediničan i okomit na vektor $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$?

A. $\vec{b} = \frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}$	B. $\vec{b} = -\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}$	C. $\vec{b} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$	D. $\vec{b} = -\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	---	--	---	---

3.5. Najveći zajednički djelitelj tri prirodna broja je 17, a najmanji zajednički višekratnik istih brojeva je 170. Koliki je umnožak ta tri broja?

A. 49 130	B. 170	C. 2 890	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	------------------	--------------------	----------------------------------	---

3.6. U jednakokračnom trapezu $ABCD$ kraća osnovica \overline{CD} jednako je duga kao i krak \overline{AD} i međusobno zatvaraju kut od 120° . Kolika je mjera kuta između dijagonala trapeza?

A. 30°	B. 120°	C. 90°	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	--------------------------	-------------------------	----------------------------------	---

3.7. Ako za vektore $\vec{a} \neq \vec{0}$ i $\vec{b} \neq \vec{0}$ vrijedi $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$, koja od navedenih tvrdnji je točna?

A. Takvi vektori ne postoje	B. Kut između vektora je 45°	C. Vektori su okomiti	D. Vektori su kolinearni	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------------	---	---------------------------------	------------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

3.8. Pod kojim se kutom iz točke $(3, 1)$ vidi kružnica $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$?

A. 60°	B. 30°	C. 45°	D. 90°	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	---

3.9. Koliko postoji četveroznamenkastih brojeva s neparnim znamenkama koji imaju bar jednu znamenku 5?

A. 192	B. manje od 150	C. 369	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	---------------------------	------------------	---------------------------------	---

3.10. Trapezu se može opisati kružnica, a njeno je središte na većoj osnovici trapeza. Ako je šiljasti kut trapeza 75° , koliki kut zatvara dijagonala trapeza s njegovom duljom osnovicom?

A. 30°	B. 60°	C. 15°	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	---------------------------------	---

3.11. Kako glasi vektor translacije koji kružnicu $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 25 = 0$ preslikava u kružnicu $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 11 = 0$?

A. $-7\vec{i} + 7\vec{j}$	B. $7\vec{i} - 7\vec{j}$	C. $-7\vec{i} - 7\vec{j}$	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------------	------------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	---

3.12. U pravilnu šesterostranu prizmu upisana je kugla polumjera r koja dodiruje sve plohe prizme. Odredi volumen prizme.

A. $4\sqrt{3} r^3$	B. $2\sqrt{3} r^3$	C. $\sqrt{3} r^3$	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	------------------------------	-----------------------------	---------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.1. Paralelogram i trokut imaju osnovice jednake duljine. Ako je duljina visine na osnovicu paralelograma tri puta dulja od visine na osnovicu trokuta, koliko puta je površina paralelograma veća od površine trokuta?

A.	B.	C.	D.	E.
3	6	3.5	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.2. Kada svim troznamenkastim brojevima obrišemo znamenku jedinice, koliko je među dobivenim brojevima brojeva djeljivih s 5?

A.	B.	C.	D.	E.
90	18	180	Ništa od navedenoga	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.3. Neki prirodan broj pri dijeljenju sa 6, 9 i 15 daje ostatak 1. Koliki je zbroj znamenaka najmanjeg takvog četveroznamenkastog broja?

A.	B.	C.	D.	E.
18	9	10	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.4. Turistička agencija je anketirala 120 ljudi o njihovim putovanjima. Ustanovljeno je da je 52 ljudi posjetilo Njemačku, 33 ih je posjetilo Francusku, a 44 ih je posjetilo Italiju. Njih 5 je bilo u Njemačkoj i Francuskoj, ali nisu bili u Italiji; 6 ih je bilo u Italiji i Njemačkoj, ali nisu bili u Francuskoj; dok je njih 10 bilo u Italiji i Francuskoj, ali nisu bili u Njemačkoj. Njih je 7 posjetilo sve tri zemlje. Koliko ljudi nije posjetilo nijednu od te tri zemlje?

A.	B.	C.	D.	E.
34	26	14	44	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.5. Odredi domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\ln \frac{x+1}{x-1}}$.

A.	B.	C.	D.	E.
$[1, +\infty >$	$< -\infty, -1]$ $\cup [1, +\infty >$	$< 1, +\infty >$	$< -\infty, -1]$	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.6. Kolika je vjerojatnost da će po volji odabrana točka kvadrata biti unutar tom kvadratu upisane kružnice?

A.	B.	C.	D.	E.
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{7}$	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.7. Odredi $f(3)$ ako je $f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{x+2}{3x}$.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-3	-1	1	3	

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. U grupi turista prisutne su 4 žene i 5 muškaraca. Na koliko je načina moguće izabrati 5 ljudi, među kojima su najviše 3 žene?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
120	121	80	40	

4.9. Nad polovinom dijagonale kvadrata konstruiran je kvadrat. Nad polovinom dijagonale tog kvadrata konstruiran je novi kvadrat. Postupak se tako nastavlja dalje u beskonačnost. Koliki je zbroj površina svih tako dobivenih kvadrata, ako je duljina stranice početnog kvadrata a ?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{a^2}{2}$	a^2	$2a^2$	$4a^2$	

4.10. Odredi udaljenost žarišta hiperbole $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ od njegove asimptote.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
b	a	$\frac{a+b}{2}$	Ne može se odrediti	

4.11. U jednakokračnom trapezu $ABCD$ kraća osnovica \overline{CD} duga je 4 cm kao i krak \overline{AD} i oni međusobno zatvaraju kut od 150° . Koliko je oplošje tijela koje nastaje rotacijom tog trapeza oko veće osnovice?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$24\pi \text{ cm}^2$	$32\pi \text{ cm}^2$	$64\pi \text{ cm}^2$	Ne može se odrediti	

4.12. Koji od navedenih brojeva ima najmanji broj djelitelja?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\binom{18}{15}$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n+4} - 6^4}{6^n - 1}$	$\log_2 \frac{\sqrt[5]{1024^3}}{2^{-20}}$	$10404_{(5)}$	

RJEŠENJA

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.	D	2.1.	B	3.1.	D	4.1.	B
1.2.	C	2.2.	B	3.2.	C	4.2.	C
1.3.	A	2.3.	D	3.3.	C	4.3.	C
1.4.	D	2.4.	A	3.4.	A	4.4.	B
1.5.	A	2.5.	C	3.5.	A	4.5.	C
1.6.	B	2.6.	C	3.6.	B	4.6.	C
1.7.	D	2.7.	D	3.7.	D	4.7.	B
1.8.	A	2.8.	B	3.8.	D	4.8.	B
1.9.	A	2.9.	B	3.9.	C	4.9.	C
1.10.	B	2.10.	C	3.10.	C	4.10.	A
1.11.	B	2.11.	D	3.11.	B	4.11.	B
1.12.	C	2.12.	D	3.12.	A	4.12.	C