



Zimsko kolo 2018./2019.

ŠKOLA	
BROJ EKIPE	
KATEGORIJA	A
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ MATematika

www.matzelcic.com.hr

Autorica zadatka: Maja Zelčić, profesorica matematike

Recenzentice: Mirela Kurnik, profesorica matematike
Tamara Srnec, profesorica matematike

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.1. Koji od izraza ne možemo rastaviti na faktore?

A. Zbroj kvadrata	B. Razliku kvadrata	C. Zbroj kubova	D. Razliku kubova	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	-------------------------------	---------------------------	-----------------------------	---

1.2. Iz lista papira pravokutnog oblika izrežemo četiri pravokutnika opsega 6 cm kojima su dvije susjedne stranice na rubu papira. Koliki je opseg dobivenog lika u odnosu na početni pravokutnik?



A. Jednak	B. Manji za 24 cm	C. Manji za 12 cm	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	-----------------------------	-----------------------------	----------------------------------	---

1.3. $1 - \frac{a+2}{5} =$

A. $\frac{3-a}{5}$	B. $\frac{7-a}{5}$	C. $\frac{3+a}{5}$	D. $\frac{7+a}{5}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.4. Ana je trostruko starija od svog brata Ivana. Kada Ivan bude dvostruko stariji nego danas, koliko će puta tada biti Ana starija od Ivana?

A. 6	B. 4	C. 3	D. 2	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

1.5. Koja znamenka ne može biti posljednja znamenka broja $n^4 + 5m + 4^k$ za bilo koje prirodne brojeve n , m i k ?

A. 4	B. 3	C. 1	D. 2	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

1.6. Koliko najmanje prirodnih brojeva moramo napisati da bismo bili sigurni da se među njima nalaze dva broja čija razlika je djeljiva s n ?

A. n	B. $n + 2$	C. $n + 1$	D. Ne možemo biti sigurni	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	----------------------	----------------------	----------------------------------	---

1.7. Nad stranicama pravilnog peterokuta $ABCDE$ konstruirani su prema van jednakostranični trokuti ABB_1 , BCC_1 , CDD_1 , DEE_1 i EAA_1 . Kolika je mjera kuta $\angle A_1D_1E_1$?

A. 54°	B. 30°	C. 36°	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	------------------	------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -6 bodova
---------------------------------	-------------------------------	---------------------------

1.8. Ako $\frac{3}{5}$ natjecatelja prvog razreda točno odgovori na šesti zadatak, a $\frac{4}{7}$ točno odgovori na sedmi zadatak, koliki je minimalni postotak natjecatelja prvog razreda koji su točno odgovorili na šesti i sedmi zadatak?

A. 7 %	B. 10 %	C. 17.14 %	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	-------------------	----------------------	----------------------------------	---

1.9. Koliko ima različitih šestoznamenastih brojeva oblika $\overline{5b673c}$ koji su djeljivi s 55?

A. 1	B. 2	C. 3	D. više od 3	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	------------------------	---

1.10. Kružnica polumjera R podijeljena je točkama A, B, C, D, E i F na šest jednakih dijelova. Sa središtem u svakoj od tih šest točaka konstruirana je kružnica tako da se međusobno dodiruju dvije po dvije. Koliki je polumjer r tih kružnica u odnosu na polumjer velike kružnice?

A. 12 puta manji	B. 6 puta manji	C. 3 puta manji	D. 2 puta manji	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	---

1.11. Koliko znamenaka ima broj $110 \cdot 2^{2n} \cdot 25^n - 4^{n+1} \cdot 5^{2n+1}$, $n \in \mathbb{N}$?

A. $2n + 3$	B. $2n + 2$	C. $2n + 1$	D. $2n$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-------------------	---

1.12. Na koliko različitih načina možemo ispuniti ploču 4×4 nenegativnim cijelim brojevima tako da zbroj svakih dvaju susjednih polja (u retku ili stupcu) bude 2?

A. Više od 10	B. 6	C. 3	D. 2	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	----------------	----------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.1. Aco je viši od Bobija za 4 cm, Cico je viši od Dude za 8 cm, a Bobi je niži od Cice za 2 cm. Koliko centimetara je Dudo niži od Ace?

A. 10 cm	B. 12 cm	C. 8 cm	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	--------------------	-------------------	----------------------------------	---

2.2. U jednakokraknom trokutu je kut između simetrala kutova uz osnovicu 136° . Koliki je kut između krakova tog trokuta?

A. 68°	B. 88°	C. 92°	D. Ne postoji takav trokut	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-----------------------------------	---

2.3. Koliki je zbroj znamenaka najmanjeg četveroznamenkastog prirodnog broja djeljivog brojevima 2, 3, 4 i 5 ?

A. 4	B. 3	C. 9	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.4. Zbroj najmanjeg i najvećeg djelitelja prirodnog broja n je 1357. Koliki je zbroj drugog po veličini najmanjeg i drugog po veličini najvećeg djelitelja broja n ?

A. 678	B. 681	C. 680	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	------------------	------------------	----------------------------------	---

2.5. Dijagonala \overline{AC} trapeza $ABCD$ s osnovicama \overline{AB} i \overline{DC} dijeli trapez na dva jednakokrakna trokuta takva da je $|AB| = a$, $|AC| = |BC| = b$ i $|AD| = |CD| = c$. Što vrijedi za brojeve a , b i c ?

A. $a : b : c = 4 : 2 : 1$	B. $ab = c^2$	C. $ac = b^2$	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------	---

2.6. Zbroj polumjera upisane i opisane kružnice pravokutnom trokutu jednak je:

A. harmonijskoj sredini duljina kateta	B. geometrijskoj sredini duljina kateta	C. aritmetičkoj sredini duljina kateta	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	--	---	-------------------------------	---

2.7. Liječnik tri dana radi ujutro, nakon toga dva dana je na dežurstvu i šesti dan je slobodan. Ako je bio slobodan u nedjelju, nakon koliko dana (uključujući tu nedjelju) će opet biti slobodan u nedjelju?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
35	42	49	28	

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

2.8. Ako je jedno rješenje kvadratne jednadžbe broj $1+i+i^2+i^3+i^4+\dots+i^{33}$, koliki je umnožak rješenja kvadratne jednadžbe čija su rješenja dvostruko veća od rješenja polazne jednadžbe?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
8	4	2	Ne može se odrediti	

2.9. U Gaussovoj ravnini prikaži skup svih kompleksnih brojeva za koje je $\sqrt{(\operatorname{Re} z - 2)^2} + \sqrt{(\operatorname{Im} z + 3)^2} < 2$. Kolika je površina dobivenog skupa?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
4π	8	2.5π	4	

2.10. Razlika rješenja kvadratne jednadžbe $x^2 + (2-m)x + m = 0$ je 2. Što vrijedi za parametar m ?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$m < -9$	$m > 9$	$m \notin \mathbb{Q}$	$ m < 9$	

2.11. Koliki je imaginarni dio zbroja rješenja sustava $\begin{cases} 3zi + 5w = 2 + 3i \\ z - \bar{w} = 5 + 2i \end{cases}$, gdje su $z, w \in \mathbb{C}$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
Veći od 10	2	4	Ne može se odrediti	

2.12. U šiljastokutnom trokutu ABC , ortogonalna projekcija dužine \overline{AC} na dužinu \overline{AB} je dvostruko kraća od dužine \overline{AC} . Pod kojim se kutom iz središta trokutu ABC opisane kružnice vidi dužina dužine \overline{BC} ?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
120°	90°	60°	Ne može se odrediti	

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.1. Koja jednakost nije istinita?

A. $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ = 1$	B. $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = 0.5$	C. $\operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{ctg} 15^\circ = 1$	D. $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ = 0.25$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	--	---	---	---

3.2. Torba s knjigama ima masu 7.5 kg. Masa knjiga je pet puta veća od mase torbe. Ako petinu knjiga ne ponese u školu, kolika će tada biti masa učenikove torbe s knjigama?

A. 5.75 kg	B. 6 kg	C. 6.5 kg	D. 6.25 kg	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	-------------------	---------------------	----------------------	---

3.3. Kako glasi kvadratna jednadžba čija su rješenja $\log_2 \sin \frac{17\pi}{6}$ i $\log_3 \operatorname{tg} \left(-\frac{5\pi}{3} \right)$?

A. $2x^2 + x - 2 = 0$	B. $2x^2 - x - 1 = 0$	C. $2x^2 + x - 1 = 0$	D. Nije moguće odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.4. Koliki je zbroj svih dvoznamenkastih brojeva s neparnim i različitim znamenkama?

A. 1100	B. 1375	C. manje od 1000	D. više od 1500	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	-------------------	----------------------------	---------------------------	---

3.5. Za koji realan parametar m jednadžba $x(x^2 + 1) = mx^2$ ima točno jedno realno rješenje?

A. $m < 2$	B. $m < \pm 2$	C. $-2 < m < 2$	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	--------------------------	---------------------------	----------------------------------	---

3.6. Pri dijeljenju prirodnim brojem n brojevi 140 i 188 daju isti ostatak. Koliko takvih brojeva n postoji?

A. 7	B. 8	C. 10	D. 11	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	-----------------	-----------------	---

3.7. Za koji realan broj a postoji realan broj x za koji je $\sin x = \frac{1-a}{a+1}$?

A. $a \geq 1$	B. $0 \leq a \leq 1$	C. $a \geq 0$	D. $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	--------------------------------	-------------------------	--	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

3.8. Koliko djeliteља ima broj $3^8 - 1$?

A. 18	B. 22	C. 24	D. 20	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

3.9. Površina plašta stošca dvostruko je veća od površine baze stošca. Koliki je središnji kut kružnog isječka nastalog razgrtanjem plašta tog stošca?

A. 120°	B. 60°	C. 180°	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	-------------------------	--------------------------	---------------------------------	---

3.10. Zadan je pravokutnik $ABCD$ i točka T na stranici \overline{AB} takva da je $|AT| = |BC| = \frac{1}{2}|TC|$. Odredi mjeru kuta $\sphericalangle CTD$.

A. 105°	B. 75°	C. 90°	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------	-------------------------	-------------------------	---------------------------------	---

3.11. Koliki je umnožak svih rješenja jednadžbe $\log_x \frac{3}{x} = \log_x^2 \frac{x}{3}$?

A. $\sqrt{3}$	B. -27	C. $3\sqrt{3}$	D. -3	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	--------------------	--------------------------	-------------------	---

3.12. U ravnini je zadano n točaka od kojih nikoje tri nisu na istom pravcu. Svake dvije točke određuju dužinu obojanu u plavu ili crvenu boju. Koliko najmanje točaka mora biti u ravnini da bismo bili sigurni da među njima postoje tri točke koje su vrhovi jednobojnog trokuta?

A. 4	B. 6	C. 8	D. Ne možemo biti sigurni	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	-------------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.1. Ako u nizu prirodnih brojeva 1, 2, 3, ..., 99, 100 obrišemo sve parne brojeve i sve brojeve djeljive s 3, koji broj po redu u preostalom nizu će biti 97?

A. 33	B. 17	C. 29	D. Ništa od ponuđenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	----------------------------------	---

4.2. Koliko najmanje uzastopnih prirodnih brojeva moramo pomnožiti da bismo bili sigurni da je dobiveni umnožak djeljiv brojem 8?

A. 4	B. 6	C. 8	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------------------------	---

4.3. Površina pravilnog šesterokuta je 54 puta veća od površine jednakostraničnog trokuta. Koliko je puta opseg tog šesterokuta veći od opsega trokuta?

A. 9	B. 3	C. $3\sqrt{6}$	D. 6	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	--------------------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.4. U jednakokrakom trokutu omjer je osnovice i kraka trokuta 2 : 3. Koliki je sinus kuta pod kojim se osnovica trokuta vidi iz središta tom trokutu opisane kružnice?

A. $\frac{56\sqrt{2}}{81}$	B. $\frac{63}{64}$	C. $\frac{3\sqrt{7}}{32}$	D. $\frac{7}{81}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------------	------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------	---

4.5. Što vrijedi za rješenje jednadžbe $\binom{n}{n-1} + \binom{n}{n-2} = 3\binom{n+1}{n}$?

A. Kvadrat je prirodnog broja	B. Manji je od 5	C. Veći je od 10	D. Djeljiv je sa 6	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	----------------------------	----------------------------	------------------------------	---

4.6. Rješenja jednadžbe $z^5 = 1$ u Gaussovoj ravnini čine vrhove pravilnog peterokuta. Kolika je duljina dijagonale tog peterokuta?

A. $2\cos 54^\circ$	B. $2\sin 36^\circ$	C. $2\sin 72^\circ$	D. $2\sin 54^\circ$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	---

4.7. Luka boji strane drvene kocke u bijelu ili crvenu boju. Koliko različitih kockica može dobiti takvim bojanjem?

A. 12	B. 6	C. 10	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	----------------	-----------------	----------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. Koliko je racionalnih članova u razvoju binoma $\left(2\sqrt[5]{25} - \frac{3}{\sqrt{5}}\right)^{20}$?

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

4.9. Ako je $\sin x - \cos y = a$, $\sin y - \cos x = b$ koliko je $\sin(x+y)$?

A. $\frac{1-2a^2-2b^2}{2}$	B. $\frac{1+2a^2+2b^2}{2}$	C. $\frac{2-a^2-b^2}{2}$	D. $\frac{2+a^2+b^2}{2}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------------	--------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	---

4.10. Ako je $z = 2\left(\cos\frac{9\pi}{7} - i\sin\frac{12\pi}{7}\right)$ i $w = 1 - i$, koliko je $z^{21} : w^8$?

A. -2^{17}	B. 2^{17}	C. $-2^{17}i$	D. $2^{17}i$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------	-----------------------	-------------------------	------------------------	---

4.11. Koliko je $1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + \dots + 50 \cdot 53$?

A. 89675	B. 132600	C. 44200	D. 46750	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	---------------------	--------------------	--------------------	---

4.12. Koliko je $\cos 18^\circ \cdot \cos 36^\circ \cdot \operatorname{ctg} 72^\circ$?

A. 0.25	B. 0.5	C. 0.125	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	------------------	--------------------	----------------------------------	---