



Zimsko kolo 2019./2020.

ŠKOLA	
BROJ EKIPE	
KATEGORIJA	A
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ MATematika

www.matzelcic.com.hr

Autorica zadatka: Maja Zelčić, profesorica matematike

Recenzenti: Jakov Budić, student PMF
Luka Milačić, student PMF

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.1. U prvom kolu MAT lige iza Markove ekipe bilo je plasirano dvostruko više ekipa nego ispred nje. Koji je od brojeva mogao biti broj ekipa sudionica u prvom kolu?

A. 412	B. 501	C. 302	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
------------------	------------------	------------------	----------------------------------	--

1.2. Ako Ana voli Borisa, Boris voli Dubravku i Dubravka voli Matu, koga voli Mate?

A. Anu	B. Borisa	C. Dubravku	D. Nije moguće odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
------------------	---------------------	-----------------------	-----------------------------------	--

1.3. Apscisa točke $A\left(\frac{2}{3}a-b, \frac{3}{2}b-a\right)$ četverostruko je veća od ordinate te točke. Koliko je $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$?

A. $-\frac{14}{3}$	B. 5	C. 6	D. Nije moguće odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
------------------------------	----------------	----------------	-----------------------------------	--

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.4. Ivan je golman nogometaške ekipe škole i jako je neuredan. U ladici njegova ormara nabacano je 8 različitih pari čarapa, 2 različita para rukavica, 4 sportske majice i 3 kratkih sportskih hlačica. Prije odlaska na trening ukućani su Ivanu rekli:

Mama: „Ako iz ladice izvučeš 20 predmeta, među njima ćeš sigurno naći bar jedan par istih čarapa.“

Tata: „Ako iz ladice izvučeš 23 predmeta, među njima ćeš sigurno naći bar jedan par istih rukavica.“

Baka: „Ako iz ladice izvučeš 14 čarapa, među njima ćeš sigurno naći sedam pari istih čarapa.“

Djed: „Ako iz ladice izvučeš 21 predmet, među njima ćeš sigurno naći sportsku majicu.“

Tko je od ukućana u pravu?

A. mama	B. tata	C. baka	D. djed	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--

1.5. Tom je u svojoj čaši od 2 dl pomiješao voćni sirup i vodu u omjeru 1 : 7. Njegova sestra Rea je u većoj čaši od 3 dl pomiješala voćni sirup i vodu u omjeru 2 : 9. Njihova mama je smatrala da su tako napravljeni napitci preslatki, pa je obje mješavine prelila u isti bokal i dolila još 2 dl vode. U kojem omjeru su voćni sirup i voda u bokalu?

A. 7 : 37	B. 5 : 39	C. 35 : 229	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	-----------------------	----------------------------------	---

1.6. Broj 303 jednak je čitamo li ga s lijeva ili s desna. Koliko troznamenkastih brojeva ima to svojstvo?

A. manje od 100	B. više od 99 i manje od 151	C. više od 150 i manje od 201	D. više od 200	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	-----------------------	---

1.7. Zadan je jednakokračan trokut ABC takav da je $|AB| = |AC|$. Veličina je kuta uz osnovicu 80° . Osnosimetričnu sliku trokuta ABC s obzirom na pravac AC označimo s AB_1C , a osnosimetričnu sliku trokuta ABC s obzirom na pravac AB označimo s ABC_1 . Koliki tupa kut zatvaraju pravci BB_1 i CC_1 ?

A. 140°	B. 150°	C. 160°	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	-------------------	-------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

1.8. U vreći se nalazi 900 kuglica s napisanim brojevima od 100 do 999. Ako iz vreće izvadimo sve kuglice na kojima su brojevi s prvom znamenkom 1 i sve kuglice na kojima su brojevi sa zadnjom znamenkom 5, koliko će kuglica ostati u vreći?

A. 810	B. 710	C. 800	D. 720	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	------------------	------------------	------------------	---

1.9. Zadan je trokut ABC kojem je numerička vrijednost površine p dvostruko veća od numeričke vrijednosti opsega. Unutar trokuta nalazi se točka T koja je od stranice \overline{BC} udaljena 5 cm, od stranice \overline{AB} i od stranice \overline{AC} je udaljena 3 cm. Što vrijedi za duljinu stranice \overline{BC} ?

A. $ BC = p$ cm	B. $ BC = \frac{p}{2}$ cm	C. $ BC = \frac{p}{3}$ cm	D. $ BC = \frac{p}{4}$ cm	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	---

1.10. Zadan je pravokutan trokut ABC duljina kateta 2 cm i 3 cm. Točke A , B i C ujedno su i vrhovi paralelograma. Nacrtajte sve paralelograme s danim svojstvom. Koliki je zbroj površina tako dobivenih paralelograma?

A. 18 cm ²	B. 12 cm ²	C. 9 cm ²	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	-------------------------------	---

1.11. Zbroj je dvaju prirodnih brojeva 1 882. Ako jednom broju dopišemo znamenku 8 na mjesto jedinice dobit ćemo dvostruko veći broj od drugog broja. Koliki je zbroj znamenaka drugog broja?

A. 19	B. 23	C. 21	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	----------------------------------	---

1.12. Koliki je zbroj svih troznamenastih brojeva s različitim i neparnim znamenkama?

A. 33 300	B. 16 650	C. 66 600	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	---------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

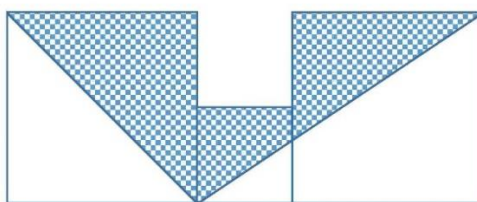
2.1. Psić Bubi ima rep duljine 11 cm i još pola duljine repa. Koliko je dug Bubijev rep?

A. 30 cm	B. 33 cm	C. 22 cm	D. Nije moguće odrediti.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
--------------------	--------------------	--------------------	------------------------------------	--

2.2. Tina ove godine ima rođendan u četvrtak. Koji dan u tjednu ove godine ima rođendan njezina prijateljica Tena koja je od nje starija 52 dana?

A. ponedjeljak	B. utorak	C. srijeda	D. nedjelja	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
--------------------------	---------------------	----------------------	-----------------------	--

2.3. Duljina je stranice velikog kvadrata na slici 10 cm, a malog je dvostruko manja. Kolika je površina lika prekrivenog kvadratićima?



A. 100 cm ²	B. 120 cm ²	C. 150 cm ²	D. Ništa od navedenoga.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	--

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.4. Odredi najveći četveroznamenasti broj koji trebamo dodati broju 234 567 890 da bi on bio djeljiv s 4 i s 5. Koliki mu je zbroj znamenaka?

A. 27	B. 19	C. 2	D. Ništa od navedenoga.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
-----------------	-----------------	----------------	-----------------------------------	--

2.5. Ana želi nacrtati sve jednakokračne trokute kojima je osnovica duljine 6 cm, duljine stranica prirodni su brojevi i opseg im je manji od 30 cm. Koliko takvih trokuta Ana može nacrtati?

A. 11	B. 7	C. 9	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
-----------------	----------------	----------------	----------------	--

2.6. Koliki je zbroj svih realnih rješenja jednadžbe $x^2 - |x + 3| = 9$?

A. 3	B. 1	C. 0	D. -3	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
----------------	----------------	----------------	-----------------	--

2.7. Zadana je kvadratna jednadžba $(3k + x)^2 = k(2k - x)$, $k \in \mathbf{R}$. Odredite $k > 0$ tako da zbroj kvadrata rješenja te jednadžbe bude 140.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
2	3	$\frac{3}{2}$	-2	

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

2.8. Koji je od navedenih intervala rješenje nejednadžbe $\sqrt{2x+1} > x-1$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$x \in [1, 4)$	$x \in \mathbf{R} \setminus \langle 0, 4 \rangle$	$x \in \langle 0, 4 \rangle$	Ništa od ponuđenoga	

2.9. Polumjer trokutu ABC upisane kružnice jednak je 6 cm, a unutarnji kut trokuta pri vrhu B je 60° . Označimo s D_1 točku u kojoj kružnica dira \overline{BC} i s D_2 točku u kojoj kružnica dira \overline{AB} . Neka je točka T jednako udaljena od središta kružnice i točaka D_1 i D_2 . Koliko je $|TB|$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
4.5 cm	$6\sqrt{3}$ cm	$3\sqrt{3}$ cm	6 cm	

2.10. Ako za kompleksne brojeve z i w vrijedi $\begin{cases} z - w = 4 + 6i \\ z^2 + w^2 = -10 + 20i \end{cases}$, koliko je $z \cdot w$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$5 - 14i$	$3 - 11i$	$7 + 14i$	Ne može se odrediti	

2.11. Koji od navedenih kompleksnih brojeva ima najmanji modul?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$(1 - i)^{200}$	$\frac{(3 - i)^{55}}{(2i)^{50} \cdot (3 + i)^5}$	$(1 - \sqrt{3}i)^{201}$	$\left(\frac{2(i^{12345} - i^{67890})}{i^{12345} + i^{67890}} \right)^{100}$	

2.12. Jednakokrakom trokutu ABC upisana je kružnica polumjera r_1 . Kružnica polumjera r_2 dodiruje prvu kružnicu izvana i krakove trokuta. Kružnica polumjera r_3 dodiruje drugu kružnicu izvana i krakove trokuta. Što od navedenoga vrijedi za polumjere tih triju kružnica?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$r_1 : r_2 : r_3 = 3 : 2 : 1$	$r_2^2 = r_1 \cdot r_3$	$r_1 : r_2 : r_3 = 4 : 2 : 1$	$r_1 = r_2 \cdot r_3$	

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -2 boda**

3.1. Bruno je visok 156 cm, Tomo i Janko 160 cm, Marin 159 cm, Nera i Tihana 162 cm, a Ivana 149 cm. Na koliko načina oni mogu stati u vrstu ako se moraju poredati po visini od najnižeg do najvišeg?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
1	2	4	6	

3.2. Razlomak $\frac{a}{b}$ uveća se šest puta ako brojniku dodamo nazivnik, a nazivnik povećamo dva puta. Koliko može biti $a + b$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
6	12	11	Ništa od ponuđenoga	

3.3. Ivana ima na stolu dvije čaše visine 20 cm. Jedna je čaša u obliku valjka polumjera baze 3 cm, a druga u obliku pravilne četverostrane prizme duljine osnovnog brida 6 cm. Ako obje čaše napuni do polovice visine, koliko je manje tekućine u valjkastoj čaši?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
77.26 cm ³	7.726 cm ³	772.6 cm ³	Ništa od navedenoga	

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -4 boda**

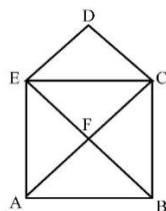
3.4. Koliki je zbroj svih cjelobrojnih rješenja nejednadžbe $\frac{|x|-2}{3-\cos 3x} < 0$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
veći od 2	veći od 0 i manji od 2	manji od 0	0	

3.5. Koliko rješenja ima jednadžba $2\log_2 |\sin 3x| = \log_{\sqrt{2}} |\cos 3x|$ u intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
3	4	6	8	

3.6. Katarina želi nacrtati lik kao na slici u jednom potezu tj. tako da ne diže olovku s papira i da ni jednom crtom ne prođe dva puta. Iz koliko od ovih 6 točaka može krenuti da bi to uspjela napraviti?



A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
0	2	4	6	

3.7. Kolika je duljina brida kocke upisane u polukuglu polumjera $\sqrt{6}$ cm?

A. 2	B. $\sqrt{3}$	C. $2\sqrt{2}$	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-------------------------	--------------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -6 bodova**

3.8. Koliko je $\frac{\sin 168^\circ \sin 45^\circ \sin 28^\circ}{\cos 78^\circ \cos 76^\circ \cos 14^\circ}$?

A. $\sqrt{2}$	B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$	C. 2	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-----------------------------------	----------------	----------------------------------	---

3.9. Koji od navedenih intervala za $k \in \mathbf{Z}$ ne pripada skupu rješenja sustava nejednadžbi $\begin{cases} 2 \sin^2 x < 1 \\ 3 \operatorname{tg}^2 x \geq 1 \end{cases}$?

A. $\left\langle -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \right\rangle$	B. $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right)$	C. $\left[\frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{4} + 2k\pi \right)$	D. Svi intervali pripadaju skupu rješenja nejednadžbe	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	--	--	--	---

3.10. U kojem omjeru od baze prema vrhu treba podijeliti visinu stošca tako da ravnina tom točkom paralelna s ravninom baze dijeli stožac na dva tijela jednakih obujmova?

A. 1 : 1	B. $\sqrt[3]{2} : 1$	C. 1 : $\sqrt[3]{2}$	D. $(\sqrt[3]{2} - 1) : 1$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------------	---

3.11. Baka Mara jako voli cvijeće u svom vrtu i svaki put kada joj vjetar iščupa 7 ili 11 cvjetova ona posadi nova tri cvijeta. Ako se u vrtu posuši 5 ili 9 cvjetova, baka Mara posadi jedan cvijet. Ako je baka u listopadu imala u svom vrtu 123 cvijeta, koliko ne može imati cvjetova u prosincu?

A. 83	B. 76	C. 67	D. 55	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

3.12. Pravilni šesterokut površine $324\sqrt{3}$ cm² rotira oko svoje kraće osi simetrije. Odredite obujam rotacionog tijela.

A. $1296\sqrt{6} \pi$ cm ³	B. $2268\sqrt{2} \pi$ cm ³	C. $1134\sqrt{2} \pi$ cm ³	D. $216\sqrt{6} \pi$ cm ³	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	---	---	--	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -2 boda**

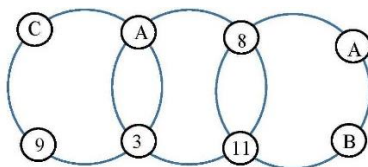
4.1. Malena Marica ima 18 mrkvi i želi ih dati zečevima. Ako Marica ima 4 zeca (Mikija, Tikija, Sikija i Zikija) i svakom želi dati bar 4 mrkve, na koliko načina Marica može podijeliti svih 18 mrkvi svojim zečevima?

A.	B.	C.	D.	E.
6	8	10	Ništa od navedenoga	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.2. Jelena slavi deseti rođendan i na njezinoj je torti istovremeno zapaljeno 10 svječića. Ako jednoj svječići da izgori treba 1 minuta, koliko vremena treba da izgore sve svječiće na Jeleninoj torti?

A.	B.	C.	D.	E.
600 sekundi	60 sekundi	300 sekundi	120 sekundi	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.3. Zbroj je u sva tri kruga na slici jednak. Koliko je $A + B + C$?



A.	B.	C.	D.	E.
25	20	15	Nije moguće odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -4 boda

4.4. Koliko je $\left(\sin \frac{\pi}{12} - i \cos \frac{\pi}{12}\right)^6$?

A.	B.	C.	D.	E.
i	$-i$	1	-1	Ne želimo odgovoriti na pitanje

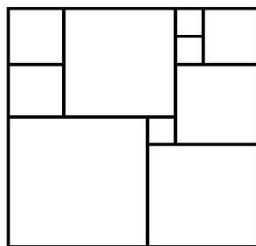
4.5. Koliki je kut između dijagonala trapeza čije su stranice duljina 3 cm, 3 cm, 3 cm i 6 cm?

A.	B.	C.	D.	E.
90°	100°	120°	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.6. Koliko je $2 + 4 - 6 + 8 - 10 + \dots - 98 + 100$?

A.	B.	C.	D.	E.
54	27	6	Ništa od navedenoga	Ne želimo odgovoriti na pitanje

4.7. Više kvadrata složeno je u jedan veći kvadrat kao na slici. Ako je opseg najvećeg kvadrata 144 cm, koliki je opseg najmanjeg?



A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
12	16	20	24	

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. Koji od navedenih brojeva nije prirodni?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$	$\binom{123}{11} + \binom{321}{22} \cdot 11$	$\frac{\log_{\sqrt{8}} 5 \cdot \log_{\sqrt{5}} 8}{\log_{\sqrt{40}} 40}$	$2 \sin \frac{11\pi}{12} \cos \frac{23\pi}{12}$	

4.9. Odredite kosinus najvećeg kuta trokuta ABC ako je $\overrightarrow{AB} = \vec{i} - 3\vec{j}$ i $\overrightarrow{AC} = 4\vec{i} - \vec{j}$.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$-\frac{9\sqrt{190}}{190}$	$\frac{3\sqrt{130}}{130}$	$-\frac{7\sqrt{170}}{170}$	$-\frac{9\sqrt{130}}{130}$	

4.10. Ako je zbroj svih binomnih koeficijenata binoma $(a+b)^n$ jednak 1024, koliki je zbroj prva tri binomna koeficijenta?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
29	37	46	56	

4.11. Skup svih točaka ravnine kojima je zbroj udaljenosti od točaka $A(1, 3)$ i $B(9, 3)$ jednak 10, dan je jednadžbom:

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{(x-5)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$	$\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$	$\frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$	$\frac{(x-5)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$	

4.12. Šiljasti kut paralelograma opsega 60 cm ima mjeru 45° . Izračunaj najveću moguću površinu tog paralelograma.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{225\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2$	$\frac{225\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$	$\frac{225}{2} \text{ cm}^2$	Ne može se odrediti	