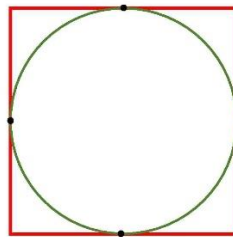




Zimsko kolo 2018./2019.

3.10. Kvadrat i kružnica na slici imaju četiri zajedničke točke. Kružnicu možemo pomaknuti u drugi položaj. Koliko zajedničkih točaka pri tome **ne mogu** imati?



<p>A.</p> <p style="text-align: center;">3</p>	<p>B.</p> <p style="text-align: center;">2</p>	<p>C.</p> <p style="text-align: center;">1</p>	<p>D.</p> <p style="text-align: center;">0</p>	<p>E. Ne želimo odgovoriti na pitanje</p>
---	---	---	---	--

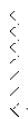
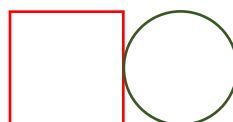
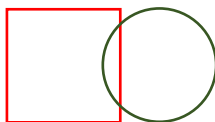
Rješenje:

Prikažimo moguće situacije:

2 zajedničke točke

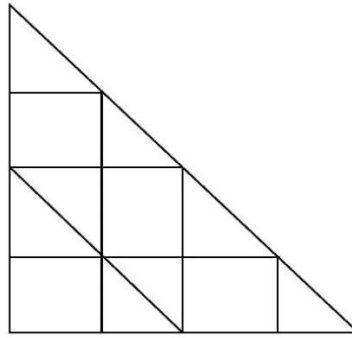
1 zajednička točka

0 zajedničkih točaka



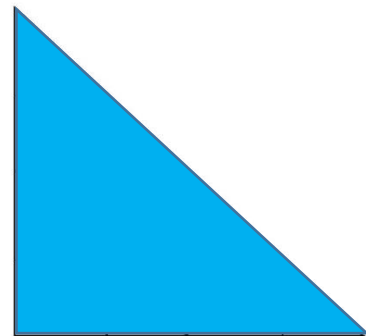
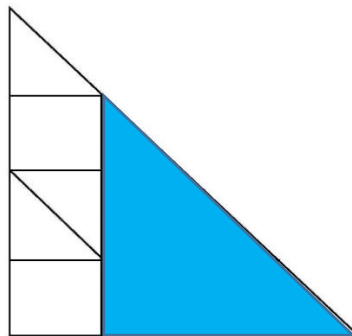
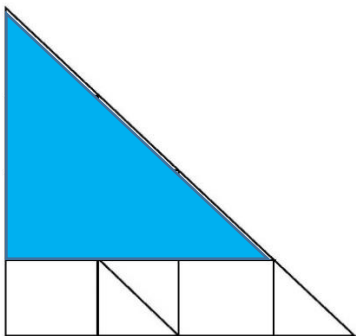
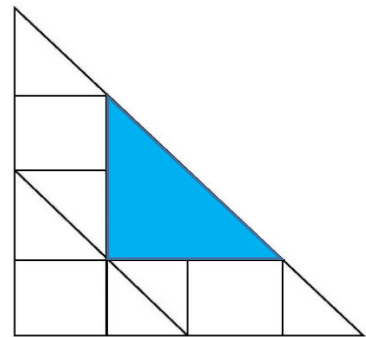
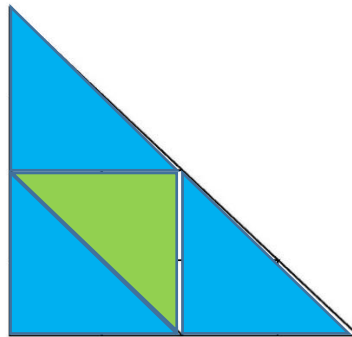
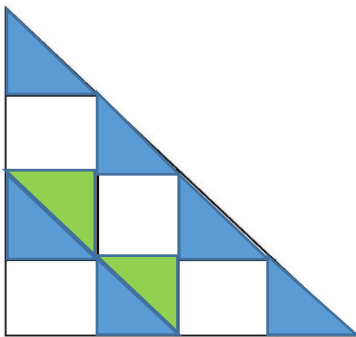
Kružnicu ne možemo pomaknuti u položaj da s kvadratom ima 3 zajedničke točke.

3.13. Koliko je trokuta na slici?



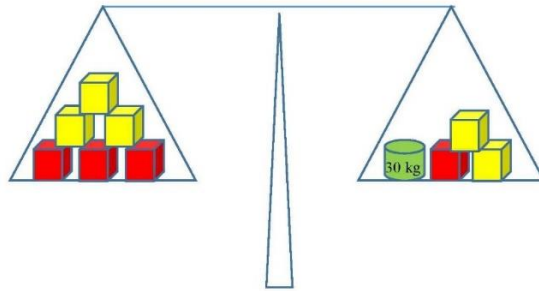
A. 16	B. 12	C. 13	D. 14	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------	----------	----------	----------	------------------------------------

Rješenje:



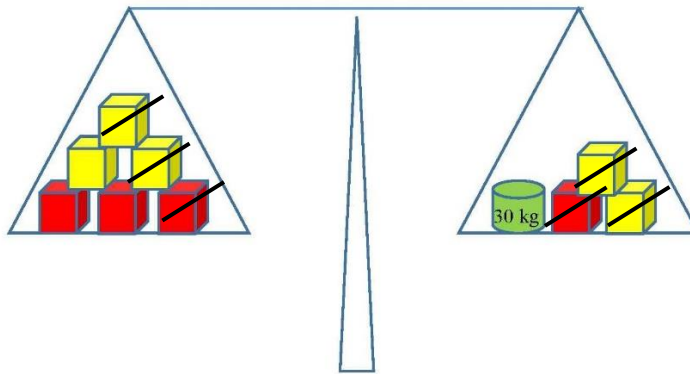
Na slici je 16 trokuta.

3.19. Na jednoj strani vage nalaze se tri crvene i tri žute kockice, a na drugoj strani jedna crvena kockica, dvije žute kockice i uteg od 30 kg. Crvene su kockice teže od žutih. Koliko je teška crvena kockica ako je vaga u ravnoteži?

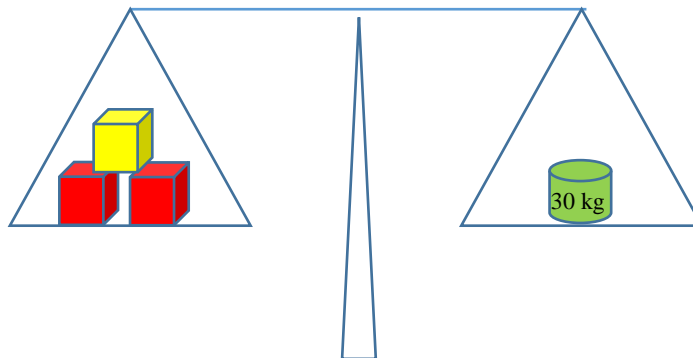


<p>A.</p> <p>10 kg</p>	<p>B.</p> <p>15 kg</p>	<p>C.</p> <p>5 kg</p>	<p>D.</p> <p>Ne može se odrediti</p>	<p>E. Ne želimo odgovoriti na pitanje</p>
-------------------------------	-------------------------------	------------------------------	---	--

Rješenje: Usporedimo predmete na obje strane vage. Uočimo predmete koji se nalaze na obje strane vage. To su dvije žute i jedna crvena kocka. Njih možemo zanemariti.



Na vagi je preostalo:



Zaključujemo da dvije crvene i jedna žuta kockica zajedno imaju masu od 30 kg. S obzirom da su crvene kockice teže od žutih, znamo da ne mogu sve imati masu 10 kg. Postoji više mogućih rješenja:

- crvena 11 kg i žuta 8 kg
- crvena 12 kg i žuta 6 kg
- itd.

Dakle, ne možemo odrediti koliko je teška crvena kockica.

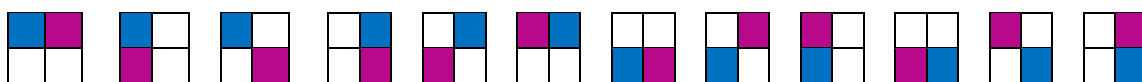
3.20. Ana jako voli slagati pločice i ovaj put ima dvije pločice kvadratnog oblika: plavu i rozu. Na koliko različitih načina Ana može staviti te dvije pločice na ploču koja ima dva retka i dva stupca?



A.	B.	C.	D.	E.
6	8	10	12	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

~ Kada plavi kvadratić smjestimo na prvo polje prvog reda, tada rozi možemo staviti na tri mjesta. Nakon što
 ~ premjestimo plavi kvadratić na drugo polje prvog reda, rozi opet možemo staviti na tri polja itd. Postoji 12
 ~ mogućih razmještaja:



4.6. Koliko mjeseci u prijestupnoj godini nema neki dan u tjednu (ponedjeljak, utorak,...) ponovljen pet puta?

A.	B.	C.	D.	E.
0	1	2	3	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

~ Prikazat ćemo u tablici sve datume u mjesecu. Naravno, ne znamo s kojim danom je mjesec započeo i koliko
 ~ mjesec ima dana.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

~ U zadatku je zadano da je godina prijestupna što znači da mjeseci imaju 29 ili 30 ili 31 dan. Ako mjesec ima
 ~ 29 dana samo jedan dan u tjednu se ponovi 5 puta, ako ima 30 dana tada se 2 uzastopna dana u tjednu ponove
 ~ 5 puta, a ukoliko ima 31 dan 3 uzastopna dana se ponove 5 puta. Dakle, ne postoji mjesec u prijestupnoj
 ~ godini koji nema neki dan u tjednu ponovljen 5 puta pa je odgovor na pitanje u zadatku 0.

4.8. Domino pločice su male, pravokutne pločice podijeljene na 2 kvadrata na kojima su prazna polja ili polja od jedne do šest točkica. Koliko je ukupno točkica na domino pločicama koje imaju polje s dvije ili s pet točkica?



A.	B.	C.	D.	E.
77	84	91	Manje od 40	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje: Nacrtat ćemo sve domino pločice koje imaju polje s dvije ili pet točkica (umjesto točkica pišemo njihov broj):

2 0	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
5 0	5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6

PAZI: Moramo paziti da dominu na kojoj su dvije i pet točkica ne brojim dva puta!

Ukupan broj točkica je $(2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) + (5 + 6 + 8 + 9 + 10 + 11) = 35 + 49 = 84$.

5.7. U bubnju se nalaze kuglice numerirane brojevima od 1 do 45. Iz bubnja izvlačimo jednu po jednu kuglicu. Koliko najmanje kuglica trebamo izvući da bi sigurno bila izvučena kuglica s neparnim dvoznamenkastim brojem?

A.	B.	C.	D.	E.
28	23	22	27	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje: Promotrimo koje kuglice imamo u bubnju:

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 – jednoznamenkastih je 9
- 10, 11, 12, ..., 45 – dvoznamenkastih je $45 - 9 = 36$, od čega je 18 parnih i 18 neparnih brojeva

S obzirom da nam je pitanje koliko najmanje kuglica trebamo izvući da bi sigurno bila izvučena kuglica s neparnim dvoznamenkastim brojem, prvo ćemo prebrojati sve „krive“ kuglice. Njih je 27 (9 jednoznamenkastih i 18 parnih dvoznamenkastih). Nakon što smo izvukli sve kuglice koje nam ne odgovaraju, kod sljedećeg izvlačenja (28. po redu) sigurno ćemo izvući neparan dvoznamenkast broj.

4.17. Tena, Lucija i Sofija idu dva puta tjedno na dodatnu poduku iz jednog od predmeta: matematike, programiranja i astronomije. Svaki dan u tjednu, izuzev nedjelje, održava se poduka iz jednog predmeta, ali nikada isti predmet dva dana za redom. Sofija ponedjeljkom i srijedom trenira nogomet, a utorkom s Lucijom ide u kino. Tena ponedjeljkom ima kasno nastavu pa ne ide na poduku tim danima. Koja djevojka ide na poduku petkom?

A.	B.	C.	D.	E.
Tena	Lucija	Sofija	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje: Prikažimo pregledno dane u tjednu (bez nedjelje) i tri prijateljice tablicom: S **X** ćemo označiti dane kad pojedina djevojčica ne ide na poduku, a sa **O** dan kada ide.“

	PONEDJELJAK	UTORAK	SRIJEDA	ČETVRTAK	PETAK	SUBOTA
Tena						
Lucija						
Sofija						

Sofija ponedjeljkom i srijedom trenira nogomet, a utorkom s Lucijom ide u kino, dakle tim danima nema poduku.

	PONEDJELJAK	UTORAK	SRIJEDA	ČETVRTAK	PETAK	SUBOTA
Tena						
Lucija		X				
Sofija	X	X	X			

Svaki dan u tjednu, izuzev nedjelje, održava se poduka iz jednog predmeta, pa utorkom Tena mora imati poduku. Poduka se nikada ne održava dva dana za redom pa Sofija ide na poduku četvrtkom i subotom.

	PONEDJELJAK	UTORAK	SRIJEDA	ČETVRTAK	PETAK	SUBOTA
Tena		O		X		X
Lucija		X		X		X
Sofija	X	X	X	O	X	O

Kako Tena ponedjeljkom ima kasno nastavu ona ne ide na poduku ponedjeljkom.

	PONEDJELJAK	UTORAK	SRIJEDA	ČETVRTAK	PETAK	SUBOTA
Tena	X	O		X		X
Lucija		X		X		X
Sofija	X	X	X	O	X	O

Sada je jasno da ponedjeljkom ide Lucija. Tena ne može ići na poduku srijedom jer bi to bilo dva dana zaredom pa na poduku ide petkom.

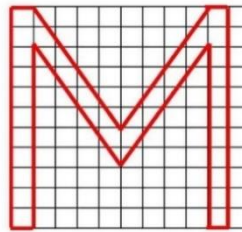
	PONEDJELJAK	UTORAK	SRIJEDA	ČETVRTAK	PETAK	SUBOTA
Tena	X	O	X	X	O	X
Lucija	O	X		X		X
Sofija	X	X	X	O	X	O

Srijedom ide Lucija.

	PONEDJELJAK	UTORAK	SRIJEDA	ČETVRTAK	PETAK	SUBOTA
Tena	X	O	X	X	O	X
Lucija	O	X	O	X	X	X
Sofija	X	X	X	O	X	O

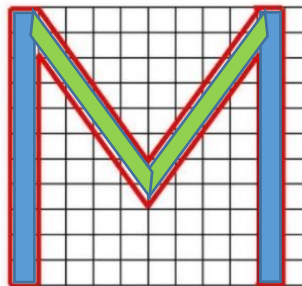
\\ Dakle, na poduku petkom ide Tena.

5.10. Koliku površinu zauzima slovo **M** ako je duljina stranice kvadratića 1 cm?



A. Veća od 40 cm ²	B. 36 cm ²	C. 32 cm ²	D. 38 cm ²	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	------------------------------------

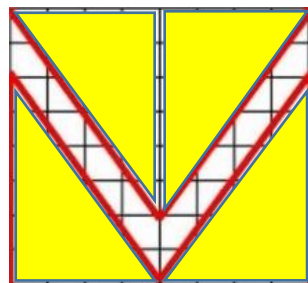
Rješenje: Površinu koju zauzima slovo **M** podijelimo na dijelove:



/// Površinu plavog dijela lako izračunamo i ona je 22 kvadratića. Promotrimo ostatak slike:



/// Ukupna površina ovog dijela slike je $8 \times 8 = 64$ kvadratića. Iz te površine izbaciti ćemo dijelove koji ne pripadaju slovu **M**.



/// Površina koja ne pripada slovu **M** sastoji se od 4 pravokutna trokuta čije su katete duljine 4 cm i 6 cm kvadratića. Površina jednog takvog trokuta jednaka je polovici površine pravokutnika sa stranicama 4 i 6, što je $24 : 2 = 12$. Takva četiri trokuta imaju površinu 48.

/// Iz sveukupne površine koja je 64 oduzmimo površinu koja ne pripada slovu **M**: $64 - 48 = 16$.

/// Kada ovoj površini nadodamo plavu površinu koju smo na početku izračunali, dobivamo da je površina slova **M** jednaka $16 + 22 = 38$.

6.8. Pri dijeljenju istim brojem 140 i 188 daju isti ostatak. Koliko takvih brojeva postoji?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
7	8	10	11	

Rješenje:

VAŽNO: Ako pri dijeljenju istim brojem dva broja daju isti ostatak to znači da je njihova razlika djeljiva tim brojem! Npr. $24 = 4 \cdot 5 + 4$ i $39 = 7 \cdot 5 + 4$, pa je $39 - 24 = 15 = 3 \cdot 5 + 0$.

Kako pri dijeljenju istim brojem 140 i 188 daju isti ostatak, to znači da je $188 - 140 = 48$ djeljiv tim brojem. Zadatak se sveo na to da odredimo sve djelitelje broja 48 a to su: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 i 48. Takvih je brojeva 10.

7.4. Koliko parova (x, y) cijelih brojeva x i y zadovoljavaju jednakost $\frac{6}{x} = \frac{y}{3}$?

A.	B.	C.	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
12	8	6		

Rješenje:

Jednakost možemo zapisati kao $x \cdot y = 18$. Kako su x i y cijeli brojevi, oni su djelitelji broja 18. Napisat ćemo sve mogućnosti:

x	1	2	3	6	9	18
y	18	9	6	3	2	1

PAZI: moramo paziti iz kojeg skupa su tražene nepoznanice!

Napisali smo sva rješenja u skupu prirodnih brojeva, ali ne smijemo zaboraviti da su x i y cijeli brojevi, pa imamo još 6 rješenja:

x	-1	-2	-3	-6	-9	-18
y	-18	-9	-6	-3	-2	-1

Ukupan broj rješenja je 12.

8.2. Koliko je $(-10)^3 \cdot (-10^4)^5 : (-10)^2$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
10^{26}	-10^{26}	-10^{21}	10^{21}	

Rješenje: $(-10)^3 \cdot (-10^4)^5 : (-10)^2 = -10^3 \cdot (-10^{20}) : 10^2 = 10^{3+20-2} = 10^{21}$

8.8. Koliko je $\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	$-2\sqrt{3}$	

Rješenje: Nepoznat broj označimo s x i kvadrirajmo jednakost: $x = \sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}$

$$x^2 = (\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}})^2 = (\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 - 2 \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^2$$

$$= 2 - \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{4-3} + 2 + \sqrt{3} = 4 - 2 = 2$$

Zaključujemo da x može biti $\sqrt{2}$ ili $-\sqrt{2}$. Kako je nama zadan negativan broj (jer je $\sqrt{2-\sqrt{3}} < \sqrt{2+\sqrt{3}}$), rješenje je $-\sqrt{2}$.

8.14. Luka boji strane drvene kocke u bijelu ili crvenu boju. Koliko različitih kockica može dobiti takvim bojanjem?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
12	6	10	8	

Rješenje: Promatrat ćemo slučajeve u ovisnosti o tome koliko je strana obojano crvenom bojom (ostale su bijele).

Broj crvenih strana	Broj načina
0	1
1	1
2	2 (možemo obojati susjedne ili nasuprotne strane)
3	2 (možemo obojati tri strane koje se sastaju u jednom vrhu ili tri strane u nizu)
4	2 (možemo ostaviti neobojane susjedne ili nasuprotne strane)
5	1
6	1

Ukupan broj načina je 10.