



Proljetno kolo 2018./2019.

3.8. Prijatelji su se dogovorili da će zajedno ići u kino. Ivica je došao prvi na blagajnu kina i stao u red. Jurica je došao prije Katice, a Barica prije Marice koja je došla posljednja. Tko je bio treći u redu?

A. Jurica	B. Katica	C. Barica	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------	--------------	--------------	---------------------------	------------------------------------

Rješenje: U kino ide pet prijatelja. Prikažimo njihova mjesta u redu:

--	--	--	--	--

„Ivica je došao prvi na blagajnu kina i stao u red“, pa je

Ivica				
-------	--	--	--	--

„Jurica je došao prije Katice“ - ne znamo gdje se nalaze u redu, osim što Juricu trebamo staviti lijevo od Katice.

„Barica je prije Marice koja je došla posljednja“ – Maricu stavljamo na posljednje mjesto.

Ivica				Marica
-------	--	--	--	--------

Preostalo je u red smjestiti Juricu, Katicu i Baricu. Barica se može nalaziti na bilo kojem od preostalih mjesta jer su sva prije Marice. Juricu smještamo lijevo od Katice. Postoji više rasporeda koji zadovoljavaju uvjete zadatka:

Ivica	Barica	Jurica	Katica	Marica
Ivica	Jurica	Barica	Katica	Marica
Ivica	Jurica	Katica	Barica	Marica

Dakle, ne može se odrediti tko je treći u redu jer to mogu biti Katica, Barica ili Jurica. Točan odgovor je D.

3.17. Kada je otvorio knjigu Luka je uočio da je zbroj rednih brojeva lijeve i desne stranice jednak 135. Koliki je umnožak znamenaka desne stranice ako korice knjige nemaju redne brojeve?

A.	B.	C.	D.	E.
42	48	67	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje: Primijetimo da je redni broj desne strane knjige za jedan veći od rednog broja lijeve strane knjige.

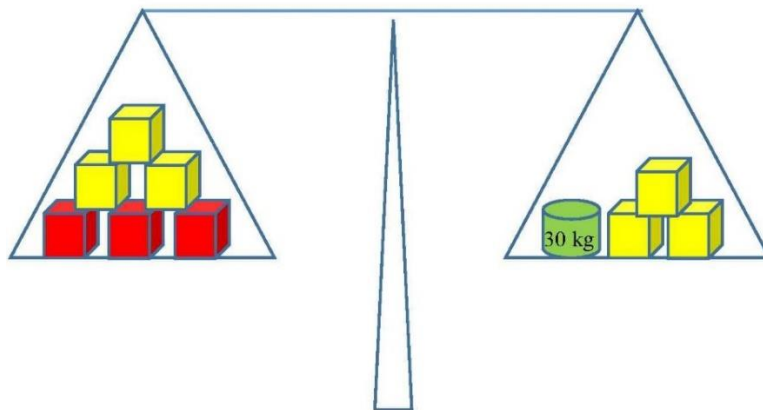
/// Pogledajmo nekoliko primjera:

Redni broj lijeve strane knjige	Redni broj desne strane knjige	Njihov zbroj	
4	$5 = 4 + 1$	$4 + 4 + 1$	$2 \cdot 4 + 1$
13	$14 = 13 + 1$	$13 + 13 + 1$	$2 \cdot 13 + 1$
29	$30 = 29 + 1$	$29 + 29 + 1$	$2 \cdot 29 + 1$

/// Ako od zbroja stranica, koji je u našem zadatku 135, oduzmemo 1, dobit ćemo broj koji je dvostruko veći od rednog broja lijeve strane knjige.

/// Dakle, $135 - 1 = 134$, pa je redni broj lijeve strane knjige $134 : 2 = 67$. Tada je redni broj desne stranice knjige 68 i umnožak njegovih znamenki je $6 \cdot 8 = 48$. Točan odgovor je B.

3.19. Na jednoj strani vage nalaze se tri crvene i tri žute kockice, a na drugoj tri žute kockice i uteg od 30 kg. Crvene su kockice teže od žutih. Koliko je teška žuta kockica ako je vaga u ravnoteži?



A.	B.	C.	D.	E.
10 kg	15 kg	5 kg	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

/// Primijetimo da se s obje strane vage nalaze tri žute kockice. Ako ih uklonimo s vage, ona će i dalje biti u ravnoteži. To znači da su tri crvene kockice teške kao i uteg od 30 kg. Dakle, svaka crvena kockica teži 10 kg. No, nama je pitanje u zadatku da odredimo težinu žute kockice, što očito nije moguće. Jedino u što smo sigurni je to da je težina žute kockice manja od 10 kg, jer su crvene kockice teže od žutih. Odgovor na pitanje je D.

4.3. Luka je na rođendan pozvao sedam prijatelja. Ako svaki njegov prijatelj pojede tri komada torte, Luki neće ostati ništa. Koliko će komada torte ostati ako svaki dječak pojede dva komada torte?

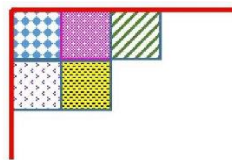
A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
5	7	3	4	

Rješenje:

\\ Ako svaki Lukin prijatelj (a pozvao ih je 7) pojede tri komada torte, Luki neće ostati ništa. Iz toga zaključujemo da je broj komada torte $7 \cdot 3 = 21$.

\\ Ako svaki **dječak** (7 prijatelja i Luka) pojede dva komada torte, ukupno je pojedeno $8 \cdot 2 = 16$ komada torte, što znači da je preostalo $21 - 16 = 5$ komada torte. Odgovor na pitanje je A.

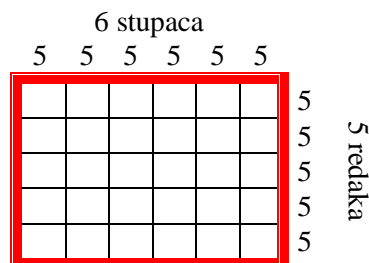
4.4. Od 30 šarenih krpica u obliku kvadrata duljine stranice 5 cm Tamarina baka želi napraviti prekrivač duljine 30 cm. Prekrivač će obrubiti crvenom ukrasnom trakom. Kolika je duljina trake koja baki treba?



A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
1 m 20 cm	55 cm	1 m	1 m 10 cm	

Rješenje:

\\ Tamarina baka želi napraviti prekrivač duljine 30 cm od šarenih krpica u obliku kvadrata duljine stranice 5 cm. Kako je $30 : 5 = 6$, prekrivač će u duljinu biti sastavljen od 6 krpica. Ukupan broj krpica koji ima baka je 30, pa će prekrivač imati $30 : 6 = 5$ redaka.



\\ Ako prekrivač obrubimo crvenom trakom, duljina trake će biti $30 + 25 + 30 + 25 = 110$ cm = 1 m 10 cm. Odgovor na pitanje je D.

4.17. Prijateljice Tena, Lucija i Sofija bile su na Državnom natjecanju iz matematike. Na natjecanju je bilo pet zadataka, a svaka je prijateljica točno riješila tri zadatka. Jedan su zadatak riješile sve tri prijateljice, a jedan zadatak nije riješila ni jedna od njih tri. Tena je krivo razumjela tekst prvog zadatka, ali joj je zato drugi bio najjednostavniji. Sofija nije stigla riješiti posljednji zadatak. Lucija nije uspjela točno riješiti dva uzastopna zadatka. Koje je zadatke riješila Sofija?

A. Prvi, drugi i treći	B. Prvi, drugi i četvrti	C. Prvi, treći i četvrti	D. Drugi, treći i četvrti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	-------------------------------------	---

Rješenje:

~~~~~ Nacrtamo tablicu. Stavljamo „x“ za netočan i „o“ za točan zadatak.

~~~~~ Tena je krivo razumjela tekst prvog zadatka, ali joj je zato drugi bio najjednostavniji. Sofija nije stigla riješiti posljednji zadatak.

| | 1. zadatak | 2. zadatak | 3. zadatak | 4. zadatak | 5. zadatak |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Tena | x | o | | | |
| Lucija | | | | | |
| Sofija | | | | | x |

~~~~~ Lucija nije uspjela točno riješiti dva uzastopna zadatka. Dakle, riješila je 1, 3 i 5.

|        | 1. zadatak | 2. zadatak | 3. zadatak | 4. zadatak | 5. zadatak |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Tena   | x          | o          |            |            |            |
| Lucija | o          | x          | o          | x          | o          |
| Sofija |            |            |            |            | x          |

~~~~~ Jedan zadatak su riješile sve tri prijateljice. To jedino može biti 3. zadatak.

| | 1. zadatak | 2. zadatak | 3. zadatak | 4. zadatak | 5. zadatak |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Tena | x | o | o | | |
| Lucija | o | x | o | x | o |
| Sofija | | | o | | x |

~~~~~ Jedan zadatak nije riješila ni jedna od njih tri. To je 4. zadatak.

|        | 1. zadatak | 2. zadatak | 3. zadatak | 4. zadatak | 5. zadatak |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Tena   | x          | o          | o          | x          |            |
| Lucija | o          | x          | o          | x          | o          |
| Sofija |            |            | o          | x          | x          |

~~~~~ Sada je jasno da su preostala prazna polja točni zadaci jer „svaka prijateljica je točno riješila tri zadatka“

| | 1. zadatak | 2. zadatak | 3. zadatak | 4. zadatak | 5. zadatak |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Tena | x | o | o | x | o |
| Lucija | o | x | o | x | o |
| Sofija | o | o | o | x | x |

~~~~~ Točan odgovor je A.

6.5. Najveći zajednički djelitelj dvaju brojeva je 12, a njihov je najmanji zajednički višekratnik 240. Koliko parova takvih brojeva postoji?

|           |           |           |           |                                           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------------------------------------|
| <b>A.</b> | <b>B.</b> | <b>C.</b> | <b>D.</b> | <b>E.</b> Ne želimo odgovoriti na pitanje |
| 1         | 2         | 3         | 4         |                                           |

Rješenje:  $D(a, b) = 12$ ,  $V(a, b) = 240$

Važno:  $D(a, b) \cdot V(a, b) = a \cdot b$

Dakle, umnožak traženih brojeva je  $12 \cdot 240 = 2880$ . S obzirom da je njihov najveći zajednički djelitelj 12, oba broja imaju faktor 12.

$$2880 = 12 \cdot 12 \cdot 20$$

Promotrimo mogućnosti:

| $a$                                | $b$                                 | $D(a, b)$ |
|------------------------------------|-------------------------------------|-----------|
| $12 \cdot 1$                       | $12 \cdot 20$                       | 12        |
| <del><math>12 \cdot 2</math></del> | <del><math>12 \cdot 10</math></del> | 24        |
| $12 \cdot 4$                       | $12 \cdot 5$                        | 12        |

Rješenja su parovi 12, 420 i 48, 60. Točan odgovor je B.

8.2. Koliko je  $(-10)^4 \cdot (-10^8)^3 : (-10)^5$  ?

|           |            |            |           |                                           |
|-----------|------------|------------|-----------|-------------------------------------------|
| <b>A.</b> | <b>B.</b>  | <b>C.</b>  | <b>D.</b> | <b>E.</b> Ne želimo odgovoriti na pitanje |
| $10^{23}$ | $-10^{23}$ | $-10^{15}$ | $10^{15}$ |                                           |

Rješenje:

$$(-10)^4 \cdot (-10^8)^3 : (-10)^5 = 10^4 \cdot (-10^{24}) : (-10^5) = -10^{4+24} : (-10^5) = 10^{28-5} = 10^{23}$$

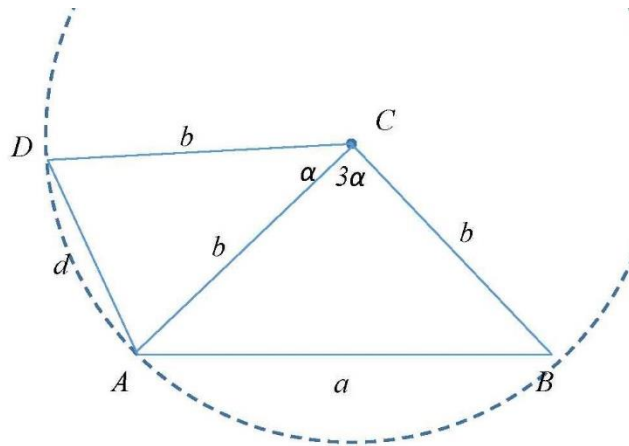
Točan odgovor je A.

8.13. Dijagonala  $\overline{AC}$  trapeza  $ABCD$  jednako je duga kao krak  $\overline{BC}$  i kao osnovica  $\overline{CD}$ . Ona dijeli kut trapeza u vrhu  $C$  u omjeru  $3 : 1$ , pri čemu je veći kut uz krak. Koliki je najmanji kut tog trapeza?

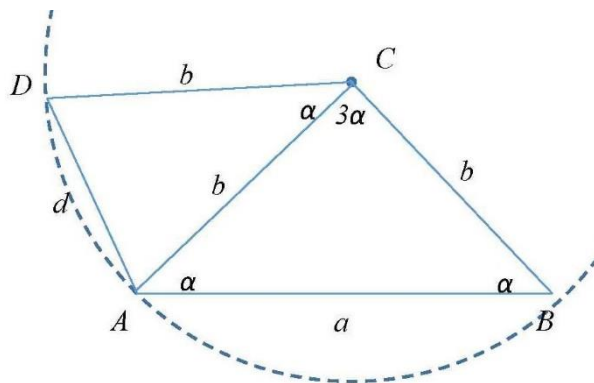
|            |            |            |            |                                 |
|------------|------------|------------|------------|---------------------------------|
| A.         | B.         | C.         | D.         | E.                              |
| $30^\circ$ | $33^\circ$ | $25^\circ$ | $36^\circ$ | Ne želimo odgovoriti na pitanje |

Rješenje:

Skicirajmo zadano:



Kut  $\angle BAC = \angle ACD = \alpha$  jer su to kutovi uz presječnicu. Jer je trokut  $ABC$  jednakokravan,  $\angle ABC = \angle BAC = \alpha$ .



Zbroj kutova u trokutu  $ABC$  je  $180^\circ$ , pa je  $5\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$ . Preostalo nam je odrediti kutove u trokutu  $ACD$ . S obzirom da je taj trokut jednakokravan, kutovi uz osnovicu su  $90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$ . Očito je najmanji kut u četverokutu  $ABCD$  kut  $\angle ABC = \alpha = 36^\circ$ . Točan odgovor je D.