Zimsko kolo 2019./2020.

1. Ako Ana voli Borisa, Boris voli Dubravku i Dubravka voli Matu, koga voli Mate?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Anu	Borisa	Dubravku	Nije moguće odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Iako znamo da Ana voli Borisa, Boris voli Dubravku i Dubravka voli Matu, nemamo nikakvu informaciju o tome koga voli Mate i zato je točan odgovor na pitanje **D**.

2. Koliko postoji troznamenkastih brojeva većih od 800 kojima je umnožak znamenaka jednak 32?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
2	3	6	9	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Troznamenkasti brojevi veći od 800 imaju znamenku stotica 8 ili 9. S obzirom da je umnožak znamenaka traženog broja 32 zaključujemo da znamenka stotice ne može biti 9, nego samo 8.

Ako je znamenka stotice 8, onda je umnožak znamenke desetice i znamenke jedinice 4.

Napišimo sve takve mogućnosti: 814, 822, 841.

Točan odgovor na pitanje je **B**.

3. Martine su sve knjige jednake težine. U njezinoj torbi nalaze se dvije knjige. Ako Marta u torbu stavi još četiri knjige, torba će s knjigama biti dvostruko teža. Koja je od navedenih tvrdnji točna?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
Torba je teška kao jedna knjiga.	Torba je teška kao dvije knjige.	Torba je teška kao tri knjige.	Torba je teška kao četiri knjige.	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Označimo težinu Martine prazne torbe s **T** i jedne knjige s **K**.

Težina Martine torbe s dvije knjige na početku: **T** + **K** + **K**.

Težina Martine torbe nakon što je Marta u torbu stavila još četiri knjige: **T** + **K** + **K** + **K** + **K** + **K** + **K**.

Znamo da je sada težina Martine torbe s knjigama duplo veća nego na početku:

$$(T + K + K) + (T + K + K) = T + K + K + K + K + K + K.$$

Dakle:

$$T + \underline{T + K + K + K + K} = \underline{T + K + K + K + K} + K + K.$$

Zaključujemo da je **T** = **K** + **K**, tj. torba je teška kao dvije knjige.

Točan odgovor na pitanje je **B**.

4. U jednom je klubu četiri puta više članova nego u drugom. Koliko je više članova u prvom klubu nego u drugom ako ih je u oba kluba ukupno 505?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
101	202	303	404	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Prikažimo simbolički broj članova oba kluba:

1. klub	2. klub	ukupno
@@@@	@	@@@@@

S obzirom da ih je oba kluba zajedno 505, zaključujemo da je @ = 101 Dakle, u 1. klubu je 404, a u drugom 101. Točan odgovor na pitanje je 303, odnosno **C**.

5. Marija je odlučila štedjeti i prvi je dan u kasicu stavila 12 kn. Baka je željela pomoći Mariji i obećala joj je dati, svaki put kada joj pomete dvorište, dva puta više kuna nego ih Marija u tom trenutku ima u kasici. Koliko puta Marija mora pomesti bakino dvorište ako želi uštedjeti više od 400 kn?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
3	4	5	6	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Prikažimo u tablici Marijinu štednju po danima:

dani	Marija imala na početku dana	baka dala Mariji	Marija imala na kraju dana
1.	12	$2 \cdot 12 = 24$	$12 + 24 = 36$
2.	36	$2 \cdot 36 = 72$	$36 + 72 = 108$
3.	108	$2 \cdot 108 = 216$	$108 + 216 = 324$
4.	324	$2 \cdot 324 = 648$	$324 + 648 = 972$

Točan odgovor je **B** - 4 puta.

6. Malena Marica ima 18 mrkvi i želi ih dati zečevima. Ako Marica ima 4 zeca (Mikija, Tikija, Sikija i Zikija) i svakom želi dati bar 4 mrkve, na koliko načina Marica može podijeliti svih 18 mrkvi svojim zečevima?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
6	8	10	Ništa od navedenoga	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

S obzirom da Marica svakom zecu treba dati bar 4 mrkve, ona će prvo dati svakom po 4 i ostat će joj 2 mrkve za podijeliti.

Ispišimo sve mogućnosti da Marica podijeli te dvije mrkve na 4 zeca:

	Miki	Tiki	Siki	Ziki
1	2	0	0	0
2	0	2	0	0
3	0	0	2	0
4	0	0	0	2
5	1	1	0	0
6	1	0	1	0
7	1	0	0	1
8	0	1	1	0
9	0	1	0	1
10	0	0	1	1

Dakle, točan odgovor je **C**.

7. Koliko je $(30+31+32+...+89+90)-(20+21+22+...+79+80)$?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
620	590	600	610	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Ako usporedimo zbroj 30 + 31 + 32 + … + 88 + 89 + 90 sa zbrojem prvih 90 prirodnih brojeva, vidimo da nedostaje prvih 29 brojeva. To znači da naš zbroj ima 90 – 29 = 61 pribrojnik.

Slično zaključujemo da se i u drugom zbroju 20 + 21+ 22 +…+79 + 80 nalazi 80 – 19 = 61 pribrojnik.

Izračunat ćemo tako da ćemo od prvog broja oduzeti prvi, od drugog drugi itd. Svaki put dobijemo rezultat 10:

$$\begin{array}{cccccc} 30 & 31 & 32 & \ldots & 88 & 89 & 90 \\ 20 & 21 & 22 & \ldots & 78 & 79 & 80 \\ \hline 10 & 10 & 10 & \ldots & 10 & 10 & 10 \end{array}$$

S obzirom da imamo 61 pribrojnik 10, točan odgovor je 61 · 10 = 610, tj. **D**.

8. U prvom kolu MAT lige iza Markove ekipe bilo je plasirano dvostruko više ekipa nego ispred njegove ekipe. Koji je od brojeva mogao biti broj ekipa sudionica u prvom kolu?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
412	501	302	Ne može se odrediti	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Prikažimo simbolički plasman ekipa: ● Marko ●●.

Dakle, broj sudionica se sastoji od 3 jednako brojne skupine ljudi i još Marko.

Provjerimo ponuđena rješenja:

A. 412 = Marko + 411, jer je 411 = 3 · 137 može biti ●=137, pa je poredak: 137-Marko-274.

B. 501 = Marko + 500, ali 500 ne možemo podijeliti na 3 jednako brojne skupine.

C. 302 = Marko + 301, ali 301 ne možemo podijeliti na 3 jednako brojne skupine.

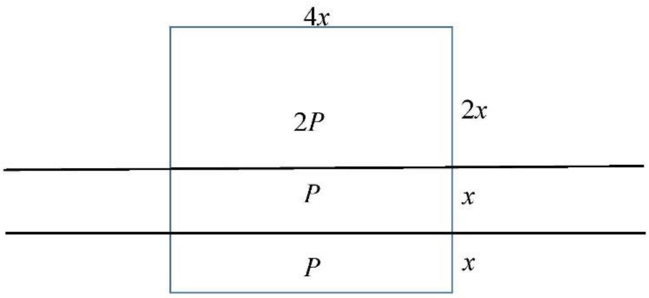
Točan odgovor je **A**.

9. Kvadrat presiječemo dvama paralelnim pravcima na takva tri pravokutnika da je površina dvaju manjih pravokutnika jednaka, a površina trećeg pravokutnika jednaka zbroju površina manjih. Ako je opseg većeg za 120 cm veći od opsega jednog manjeg pravokutnika, koliki je opseg danog kvadrata?

A. manji od 800 cm	**B.** između 800 cm i 900 cm	**C.** između 900 cm i 1 000 cm	**D.** veći od 1 000 cm	**E.** Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Skicirajmo dani kvadrat:



Očito je da svi pravokutnici imaju jednu stranicu jednake duljine, dok druga stranica većeg pravokutnika mora biti dvostruko dulja od stranice manjeg pravokutnika (jer je površina dvostruko veća).

Iskoristimo sada informaciju o njihovim opsezima:

$$O_{većeg} = 120 + O_{manjeg}$$

$$12x = 120 + 10x$$

$$x = 60.$$

Opseg danog kvadrata je $O = 16x = 16 \cdot 60 = 960$. Točan odgovor je **C**.

10. Ana želi nacrtati sve jednakokračne trokute kojima je osnovica duljine 6 cm, duljine stranica iskazane u centimetrima su prirodni brojevi i opseg im je manji od 30 cm. Koliko takvih trokuta Ana može nacrtati?

A. 11	**B.** 7	**C.** 9	**D.** 8	**E.** Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Opseg jednakokračnog trokuta: $O = a + 2b$. S obzirom da je duljina osnovice 6 i opseg manji od 30, dobivamo:

$$6 + 2b < 30 \text{ tj. } 2b < 24 \Rightarrow b < 12.$$

Ali, stranice trokuta moraju zadovoljavati svojstvo da je zbroj svake dvije veći od treće!

$$b + b > a \ (2b > 6 \ \Rightarrow \ b > 3) \text{ i } a + b > b \text{ (što je ispunjeno uvijek)}$$

Dakle, $3 < b < 12$, pa b može biti 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ili 11. Točan odgovor je **D**.

11. Tina ove godine ima rođendan u četvrtak. Koji dan u tjednu ove godine ima rođendan njezina prijateljica Tena koja je od nje starija 52 dana?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
ponedjeljak	utorak	srijeda	nedjelja	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

S obzirom da tjedan ima 7 dana podijelimo 52 sa 7:

$$52 = 7 \cdot 7 + 3$$

Dakle, Tena je rođena 7 tjedana i 3 dana prije Tine, pa se od četvrtka moramo vratiti unazad za 3 dana i dobijemo ponedjeljak. Točan odgovor je **A**.

12. Koliki je zbroj svih troznamenkastih brojeva s različitim i neparnim znamenkama?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
33 300	16 650	66 600	Ništa od navedenoga	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Neparne znamenke su 1, 3, 5, 7 i 9.

Prebrojimo prvo koliko troznamenkastih brojeva s različitim i neparnim znamenkama postoji. Na mjesto stotice traženog broja možemo napisati bilo koji od 5 znamenki kojima raspolažemo. Ali, na mjesto desetice tada možemo napisati samo 4 znamenke (jer znamenke moraju biti različite a jednu smo već napisali na mjestu stotice). Na kraju mjesto jedinice možemo popuniti na samo 3 načina (dvije znamenke smo već „potrošili“ na mjestu stotice i desetice). Ukupan broj troznamenkastih brojeva s različitim i neparnim znamenkama je $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Zamislimo da ispišemo sve te troznamenkaste brojeve: 135, 137, 139, 153, 157, 159,…, 975.

Promotrimo sada znamenke na mjestu stotice tih 60 brojeva. Sa znamenkom 1 započinjat će 12 brojeva, sa znamenkom 5 započinjat će 12 brojeva,…, sa znamenkom 9 započinjat će 12 brojeva. Zbroj svih znamenki na mjestu stotice je:

$$12 \cdot (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 12 \cdot 25 = 300.$$

Na mjestu desetice nalazi se opet 12 znamenki 1, 12 znamenki 3 itd. ali u nekim drugim redoslijedom. Iste znamenke nalaze se i na mjestu jedinice. Dakle zbroj svih znamenki na mjestu jedinice je 300, na mjestu desetice 300 i na mjestu stotice 300.

To znači da je ukupan zbroj svih 60 troznamenkastih brojeva:

$$300 + 300 \cdot 10 + 300 \cdot 100 = 300 \cdot 111 = 33300.$$

Točan odgovor je **A**.

13. Majica je poskupila 5 %, a nakon mjesec dana još 10 %. Ako Tihana želi kupiti majicu po staroj cijeni prije oba poskupljenja, koliki bi joj popust na gotovinu (zaokruženo na cijeli broj) trebala dati prodavačica na blagajni?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
13 %	14 %	15 %	16 %	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

cijena majice prije poskupljenja	s
cijena majice nakon prvog poskupljenja od 5 %	$s \cdot 1.05$
cijena majice nakon drugog poskupljenja od 10 %	$s \cdot 1.05 \cdot 1.10$
željena cijena	s

Želimo izračunati postotak od najnovije cijene ($s \cdot 1.05 \cdot 1.10$) koji je jednak staroj cijeni *s*:

$$(s \cdot 1.05 \cdot 1.10) \cdot p = s \Rightarrow p = \frac{s}{s \cdot 1.05 \cdot 1.10} = \frac{1}{1.05 \cdot 1.10} = 0.8658$$

Dakle, 86.58% najnovije cijene jednako je staroj cijeni, što znači da je moramo sniziti za 100 – 86.58 = 13.42%.

Točan odgovor je **A.**