



Proljetno kolo 2019./2020.

1. Sve su Martine knjige jednake težine. U njezinoj se torbi nalaze dvije knjige. Ako Marta u torbu stavi još šest knjiga, torba će s knjigama biti trostruko teža. Koja je od navedenih tvrdnji točna?

<p>A.</p> <p>Torba je teška kao jedna knjiga.</p>	<p>B.</p> <p>Torba je teška kao dvije knjige.</p>	<p>C.</p> <p>Torba je teška kao tri knjige.</p>	<p>D.</p> <p>Torba je teška kao četiri knjige.</p>	<p>E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.</p>
--	--	--	---	---

Rješenje:

Označimo težinu Martine prazne torbe s **T** i jedne knjige s **K**.

Težina Martine torbe s dvije knjige na početku: **T + K + K**.

Težina Martine torbe nakon što je Marta u torbu stavila još 6 knjiga: **T + K + K + K + K + K + K + K + K + K**.

Znamo da je sada težina Martine torbe s knjigama tri puta veća nego na početku:

$$(T + K + K) + (T + K + K) + (T + K + K) = T + K + K + K + K + K + K + K + K.$$

Dakle:

$$T + T + T + K + K + K + K + K + K = T + K + K + K + K + K + K + K + K$$

Zaključujemo da je **T + T = K + K**, tj. torba je teška kao knjiga.

Točan odgovor na pitanje je **A**.

2. Leo je odlučio tijekom radnog tjedna (od ponedjeljka do petka) dva puta popeti se na vrh Medvednice. Ako to može napraviti dva puta u jednom danu ili dva dana u tjednu, koliko je različitih mogućnosti za odabir dana kada će ići na Sljeme?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
5	10	15	20	

Rješenje:

Ispišimo sve mogućnosti odlazaka na Medvednicu tijekom tjedna:

	Pon	Uto	Sri	Čet	Pet
1	2				
2		2			
3			2		
4				2	
5					2
6	1	1			
7	1		1		
8	1			1	
9	1				1
10		1	1		
11		1		1	
12		1			1
13			1	1	
14			1		1
15				1	1

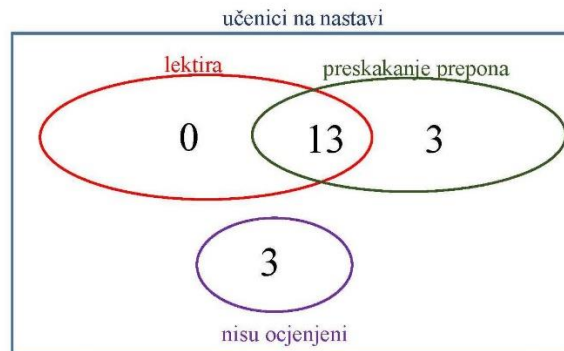
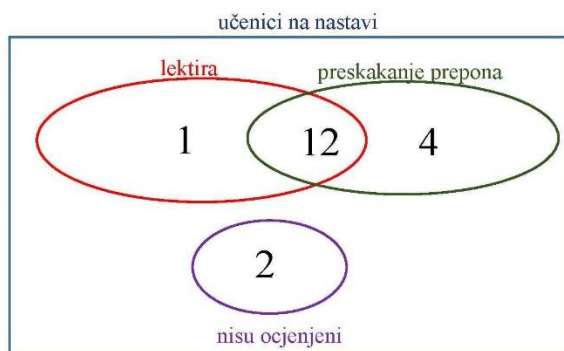
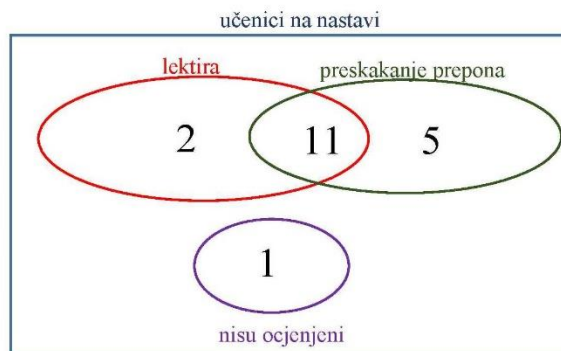
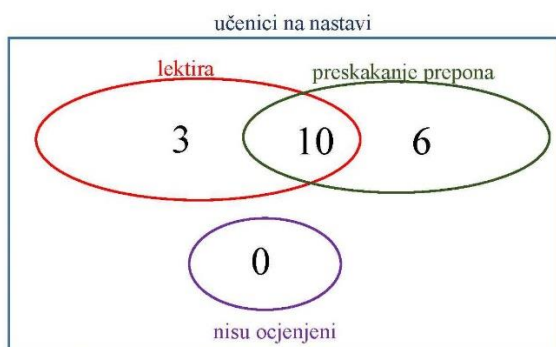
Točan odgovor je **C.**

3. Od 24 učenika 1.a razreda njih petoro je u petak bilo odsutno s nastave. 13 učenika je toga dana dobilo ocjenu odličan iz pročitane lektire, a 16 učenika ocjenu odličan iz preskakanja prepona. Koliko je učenika 1.a razreda toga petka dobilo dvije ocjene odličan?

A.	B.	C.	D.	E.
5	10	13	Nije moguće odrediti.	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

S obzirom da od 24 učenika 1.a razreda njih petoro je u petak bilo odsutno s nastave, zaključujemo da je 19 učenika bilo na nastavi. Ne znamo koliko učenika nije ocijenjeno niti iz jednog predmeta toga dana, pa su moguće sljedeće situacije:



Zato ne možemo znati koliko je učenika 1.a razreda toga petka dobilo dvije ocjene odličan.

Točan odgovor je **D**.

4. Uz desnu stranu ulice posaden je drvodred breza u jednakim razmacima od 5 m, a uz lijevu stranu ulice posaden je drvodred hrasta u jednakim razmacima od 4 m. Kolika je ukupna duljina oba drvodreda ako su posadena 72 stabla breze i 91 stablo hrasta?

A.	B.	C.	D.	E.
710 m	720 m	724 m	715 m	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

Primijetimo da ukoliko, primjerice, u drvodredu posadimo 3 stabla u jednakim razmacima od 4 m, duljina drvodreda jednaka je $2 \cdot 4 = 8$ m.



Broj razmaka između stabala za jedan je manji od broja stabala. Stoga, drvodred od 72 stabla breze posaden u jednakim razmacima od 5 m duljine je $71 \cdot 5 = 355$ m, a drvodred od 91 stabla hrasta posaden u jednakim razmacima od 4 m duljine je $90 \cdot 4 = 360$ m. Ukupna duljina drvodreda je $355 + 360 = 715$ m. Točan odgovor je **D**.

5. Stipe i Jure krenuli su istovremeno iz Splita za Zagreb. Stipe je putovao osobnim automobilom i prelazio 90 km za jedan sat, a Jure autobusom koji je za jedan sat prelazio 75 km. Nakon sat vremena vožnje Stipe se zaustavio 10 minuta na benzinskoj crpki, a autobus je na odmorištu proveo 10 minuta. Na kojoj su međusobnoj udaljenosti bili Stipe i Jure 3 sata nakon polaska iz Splita?

A.	B.	C.	D.	E.
45 km	manjoj od 45 km	većoj od 45 km	Nije moguće odrediti.	Ne želimo odgovoriti na pitanje.

Rješenje:

S obzirom da su Stipe i Jure krenuli istovremeno i da je za jedan sat Stipe prelazio 90 km, a Jure 75 km, to znači da je svaki sat vožnje razmak između njih rastao za $90 - 75 = 15$ km.

vrijeme provedeno na putu		međusobna udaljenost Jure i Stipe nakon tog vremena
1 sat	vožnja	15 km
1 sat i 10 min	odmor	15 km
2 sata i 10 min	vožnja	30 km
3 sata i 10 min	vožnja	45 km

S obzirom da je njihova udaljenost sve veća što više vremena provedu u vožnji, zaključujemo da je nakon 3 sata njihova udaljenost bila manja od 45 km. Točan odgovor je **B**.

6. Malena Marica ima 18 mrkvi i želi ih dati zečevima. Ako Marica ima 4 zeca (Mikija, Tikija, Sikija i Zikija) i svakom želi dati najmanje 3 a najviše 5 mrkvi, na koliko načina Marica može podijeliti svih 18 mrkvi svojim zečevima (mrkve se ne smiju lomiti)?

A.	B.	C.	D.	E.
6	4	10	ništa od navedenoga	Ne želimo odgovoriti na pitanje.

Rješenje:

S obzirom da Marica svakom zecu treba dati bar 3 mrkve, ona će prvo dati svakom po 3 i ostatak će joj $18 - 12 = 6$ mrkvi za podijeliti.

Ispišimo sve mogućnosti da Marica podijeli tih 6 mrkvi na 4 zeca, vodeći računa o tome da svaki zec smije dobiti najviše 5 mrkvi ukupno (dakle još najviše 2 mrkve):

	Miki	Tiki	Siki	Ziki
1	2	2	2	0
2	2	2	0	2
3	2	0	2	2
4	0	2	2	2
5	2	2	1	1
6	2	1	2	1
7	2	1	1	2
8	1	2	2	1
9	1	2	1	2
10	1	1	2	2

Dakle, točan odgovor je **C.**

7. Koliki je zbroj svih cijelih brojeva n za koje je razlomak $\frac{24}{n}$ također cijeli broj?

A.	B.	C.	D.	E.
60	36	54	0	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

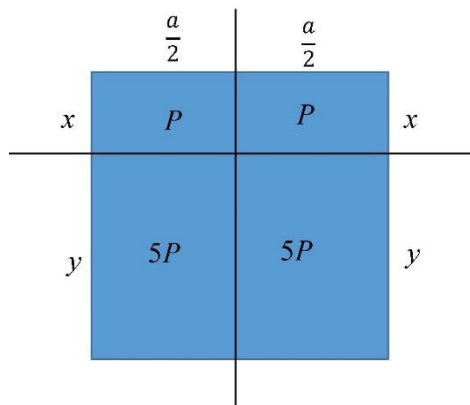
Da bi razlomak bio cijeli broj, n mora biti djelitelj broja 24.

To su: 24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1 ali i $-24, -12, -8, -6, -4, -3, -2, -1$. Stoga je zbroj svih cijelih brojeva n za koje je razlomak $\frac{24}{n}$ također cijeli broj jednak 0. Točan odgovor je **D.**

8. Kvadrat je presječen dvama okomitim pravcima na dva para jednakih pravokutnika. Površina jednoga manjeg pravokutnika pet je puta manja od površine jednoga većeg pravokutnika. Koliki je opseg zadanog kvadrata ako se opsezi većeg i manjeg pravokutnika razlikuju za 120 cm?

A. manji od 300 cm	B. između 300 cm i 400 cm	C. između 400 cm i 500 cm	D. veći od 500 cm	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------	---

Rješenje: Skicirajmo kvadrat:



S obzirom da je površina većeg pravokutnika pet puta veća od površine manjeg pravokutnika (a jedna stranica im je zajednička) zaključujemo da $y = 5x$ i da je duljina stranice kvadrata $a = x + y = 6x$. Stoga je $x = \frac{a}{6}$ i

$y = \frac{5a}{6}$. Izrazimo razliku opsega većeg i manjeg pravokutnika:

$$O_{veliki} - O_{mali} = 2\left(\frac{a}{2} + \frac{5a}{6}\right) - 2\left(\frac{a}{2} + \frac{a}{6}\right) = \frac{8a}{6} = \frac{4a}{3}.$$

Iz toga slijedi da je $\frac{4a}{3} = 120$, pa je duljina stranice kvadrata $a = 90$ cm. Opseg zadanog kvadrata je

$O = 4a = 4 \cdot 90 = 360$ m. Točan odgovor je **B**.

9. Ana želi nacrtati sve raznostranične trokute kojima je opseg 15 cm, a duljine stranica iskazane u centimetrima prirodni su brojevi. Koliko trokuta može nacrtati Ana?

A. 3	B. 5	C. 8	D. 12	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
----------------	----------------	----------------	-----------------	--

Rješenje:

Opseg trokuta je $O = a + b + c$. S obzirom da je opseg jednak 15, vrijedi: $a + b + c = 15$. Stranice trokuta su različiti prirodni brojevi. Ispišimo sve mogućnosti:

$$15 = 1 + 2 + 12 \qquad 15 = 1 + 5 + 9 \qquad 15 = 2 + 4 + 9 \qquad 15 = 3 + 4 + 8$$

$$15 = 1 + 3 + 11 \qquad 15 = 1 + 6 + 8 \qquad 15 = 2 + 5 + 8 \qquad 15 = 3 + 5 + 7$$

$$15 = 1 + 4 + 10 \qquad 15 = 2 + 3 + 10 \qquad 15 = 2 + 6 + 7 \qquad 15 = 4 + 5 + 6$$

Ali, stranice trokuta moraju zadovoljavati svojstvo da je zbroj svake dvije veći od treće!

Dakle, stranice trokuta mogu biti samo 2, 6, 7 ili 3, 5, 7 ili 4, 5, 6. Točan odgovor je **A**.

10. Koji je od brojeva A i B veći:

$$A = \frac{12345678}{12345677}, B = \frac{12345677^2 - 1}{12345677^2 - 12345677} ?$$

A. A	B. B	C. jednaki su	D. Nije moguće odrediti.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje.
----------------------	----------------------	-----------------------------	--	--

Rješenje:

Uvedimo supstituciju $a = 12345677$. Tada je

$$A = \frac{a+1}{a} \text{ i } B = \frac{a^2-1}{a^2-a} = \frac{(a-1)(a+1)}{a(a-1)} = \frac{a+1}{a} = A.$$

Točan odgovor je **C**.