



Jesensko kolo 2018./2019.

1. S kojom znamenkom završava zbroj prvih 77 neparnih prirodnih brojeva?

A.	B.	C.	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
7	5	9		

Rješenje:

Zbrajamo neparne prirodne brojeve $1 + 3 + 5 + \dots + ?$

Prvo ćemo odrediti koji je sedamdeset i sedmi neparan prirodan broj po redu. Svaki neparan broj možemo napisati u obliku $2k-1$, gdje je k prirodan broj i govori nam koji je to po redu neparan broj.

Dakle: $1 = 2 \cdot 1 - 1$, $3 = 2 \cdot 2 - 1$, $5 = 2 \cdot 3 - 1$, $7 = 2 \cdot 4 - 1 \dots$, $153 = 2 \cdot 77 - 1$.

Sada znamo da promatramo posljednju znamenku zbroja:

$(1 + 3 + 5 + 7 + 9) + (11 + 13 + 15 + 17 + 19) + 21 + \dots + 149 + (151 + 153)$.

Zbroj posljednjih znamenki svake petorke (uključujući broj 149) je 15. Broj $149 = 2 \cdot 75 - 1$ (75-ti neparan broj u zbroju) pa imamo $75:5=15$ petorki čija je posljednja znamenka 5. Tada je i posljednja znamenka njihovog zbroja 5. Kako je posljednja znamenka zbroja zadnja dva broja 4, odgovor na pitanje u zadatku je 9.

2. Koliko znamenaka ima broj $4^{23} \cdot 25^{21} - 12 \cdot 4^{22} \cdot 5^{41}$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
41	42	43	44	

Rješenje:

$$\begin{aligned}
 4^{23} \cdot 25^{21} - 12 \cdot 4^{22} \cdot 5^{41} &= 2^{46} \cdot 5^{42} - 3 \cdot 2^{46} \cdot 5^{41} = 5 \cdot 2^{46} \cdot 5^{41} - 3 \cdot 2^{46} \cdot 5^{41} = (5-3) \cdot 2^{46} \cdot 5^{41} = 2 \cdot 2^{46} \cdot 5^{41} \\
 &= 2^6 \cdot 2^{41} \cdot 5^{41} = 2^6 \cdot 10^{41} = 64 \cdot 10^{41} = \underbrace{6400\dots00}_{41}
 \end{aligned}$$

Broj ima $2 + 41 = 43$ znamenke.

3. Na koliko različitih načina možemo ispuniti ploču 3×3 prirodnim brojevima tako da zbroj svaka tri retka i stupca bude 5?

A. Manje od 10	B. 21	C. 12	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	----------	----------	------------------------	------------------------------------

Rješenje:

Broj 5 moramo prikazati kao zbroj tri prirodna broja. To je moguće napraviti na dva načina:

$$5 = 1 + 1 + 3 \text{ ili } 5 = 2 + 2 + 1.$$

1	1	3	ili	2	2	1
1	3	1		2	1	2
3	1	1		1	2	2

svakoj tablici možemo ispremiješati redove na 6 načina, pa je to ukupno 12 tablica. Npr.

1	1	3	1	1	3	1	3	1	1	3	1	3	1	1	3	1	1
1	3	1	3	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	3	1	3	1
3	1	1	1	3	1	3	1	1	1	1	3	1	3	1	1	1	3

Ali, te dvije mogućnosti zbroja 5 možemo kombinirati u jednoj tablici:

1	1	3	ili	1	3	1	ili	3	1	1
2	2	1		2	1	2		1	2	2
2	2	1		2	1	2		1	2	2

svakoj od te tri tablice još možemo ispremiješati redove na 3 načina, pa je to 9 takvih tablica.

Stoga je odgovor na pitanje u zadatku $12 + 9 = 21$.

4. Koliki je zbroj svih prostih faktora broja $2^{16} - 1$?

A. 289	B. 282	C. 283	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------	-----------	-----------	---------------------------	------------------------------------

Rješenje:

$$\begin{aligned}
 2^{16} - 1 &= (2^8 - 1) \cdot (2^8 + 1) \\
 &= (2^4 - 1) \cdot (2^4 + 1) \cdot (2^8 + 1) \\
 &= (2^2 - 1) \cdot (2^2 + 1) \cdot (2^4 + 1) \cdot (2^8 + 1) \\
 &= (2 - 1) \cdot (2 + 1) \cdot (2^2 + 1) \cdot (2^4 + 1) \cdot (2^8 + 1) \\
 &= 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 257
 \end{aligned}$$

Zbroj svih prostih faktora (**PAZI**: broj 1 nije prost broj!) je $3 + 5 + 17 + 257 = 282$.

5. Koliko je $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{3}$	9	

Rješenje: Pribrojnici su oblika $\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$. Racionalizirati ćemo razlomak:

$$\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} \cdot \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}} = \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{n-(n+1)} = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} =$$

$$(\sqrt{2}-\sqrt{1}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + (\sqrt{4}-\sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{99}-\sqrt{98}) + (\sqrt{100}-\sqrt{99}) = -1+10=9$$

6. Za koji realan parametar a jednačba $(x-3)(5-x)=a$ ima dva različita pozitivna rješenja?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$a \in \langle -15, \infty \rangle$	$a \in \langle -15, 1 \rangle$	$a \in \langle -\infty, 1 \rangle$	Ništa od navedenog	

Rješenje: $(x-3)(5-x)=a \Rightarrow 5x-15-x^2+3x-a=0 \Rightarrow x^2-8x+(15+a)=0$

1° Da bi jednačba imala dva različita rješenja, mora biti diskriminanta pozitivna.

$$D=64-4(a+15)>0 \Rightarrow a+15<16 \Rightarrow a<1$$

2° Dva pozitivna rješenja će biti ukoliko je zbroj i umnožak rješenja pozitivan.

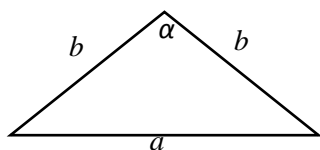
$$x_1+x_2=8>0, \quad x_1 \cdot x_2=a+15>0 \Rightarrow a>-15$$

Oba uvjeta su ispunjena za $-15 < a < 1$.

7. U jednakokraknom trokutu omjer je osnovice i kraka trokuta 3 : 2. Koliki je kosinus kuta između krakova?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-1/4	1/8	1/4	-1/8	

Rješenje:



$$a:b=3:2 \Rightarrow a=3k, b=2k$$

$$\text{Kosinusov poučak: } a^2 = b^2 + b^2 - 2 \cdot b \cdot b \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2b^2 - a^2}{2b^2} = \frac{2 \cdot 4k^2 - 9k^2}{2 \cdot 4k^2} = -\frac{1}{8}$$

8. Neka je $P(x)$ normirani polinom najmanjeg mogućeg stupnja kojem je 2 dvostruka nultočka, a $x = 1 + i$ jedna nultočka. Odredi koeficijent uz x tog polinoma.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-4	0	-16	Ništa od navedenog	

Rješenje:

Ako je $x_1 = 1 + i$ jedna nultočka, onda je konjugirano kompleksan broj $x_2 = 1 - i$ također nultočka, pa je $P(x)$ djeljiv s $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = x^2 - 2x + 2$.

2 je dvostruka nultočka, pa je $P(x)$ djeljiv s $(x - 2)(x - 2) = x^2 - 4x + 4$.

Kako je $P(x)$ normirani polinom najmanjeg mogućeg stupnja s tim faktorima, mora biti:

$$P(x) = (x - 2)^2 \cdot (x^2 - 2x + 2) = (x^2 - 4x + 4) \cdot (x^2 - 2x + 2)$$

Članovi koji sadrže x tog polinoma su: $-4x \cdot 2 + 4 \cdot (-2x) = -16x$, pa je traženi koeficijent -16 .

9. Koliki je zbroj svih kompleksnih brojeva z koji zadovoljavaju jednadžbu $z \cdot \bar{z} = 4 + z^2 i$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
0	$1 + i$	$2 + 2i$	$1 - i$	

Rješenje:

$$z = x + yi, \quad x, y \in \mathbb{R} \text{ i}$$

$$z \cdot \bar{z} = 4 + z^2 i \Rightarrow (x + yi)(x - yi) = 4 + (x + yi)^2 i \Rightarrow x^2 + y^2 = 4 + (x^2 + 2xyi - y^2)i$$

$$x^2 + y^2 = 4 + x^2 i - 2xy - y^2 i \Rightarrow x^2 + y^2 = (4 - 2xy) + (x^2 - y^2)i$$

Izjednačimo realne i imaginarne dijelove:

$$x^2 + y^2 = 4 - 2xy \Rightarrow (x + y)^2 = 4 \Rightarrow |x + y| = 2 \Rightarrow x + y = \pm 2$$

$$x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x^2 = y^2 \Rightarrow |x| = |y| \Rightarrow x = \pm y$$

Ako je $x = y$, onda $x = y = \pm 1$, pa je $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = -1 - i$.

Ako je $x = -y$, onda $x + y = 0$ što je u kontradikciji s $x + y = \pm 2$.

$$\text{ Dakle } z_1 + z_2 = 1 + i - 1 - i = 0$$

10. Zadan je pravac $y = 3x - 2$. Koja je jednadžba njegova centralnosimetričnog pravca s obzirom na ishodište koordinatnog sustava?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$y = -3x + 2$	$y = 3x + 2$	$y = -3x - 2$	$y = -3x - 1$	

Rješenje:

Točke u kojima pravac $y = 3x - 2$ siječe koordinatne osi su $A(0, -2)$ i $B(\frac{2}{3}, 0)$. Njihove centralnosimetrične točke s obzirom na ishodište su $A'(0, 2)$ i $B'(-\frac{2}{3}, 0)$. Jednadžba pravca točkama A' i B' je $y = 3x + 2$.

11. Koliko ima različitih troznamenkastih brojeva koji su djeljivi s 15 i sve znamenke su im neparne?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
8	3	više od 10	9	

Rješenje:

Broj je djeljiv s 15 ako je djeljiv s 3 i 5.

Ako broj ima neparne znamenke i mora biti djeljiv s 5, tada mu je posljednja znamenka 5.

Traženi broj je oblika $\overline{ab5}$ (pri čemu su a i b neparne znamenke) i mora biti djeljiv s 3.

Dakle 3 dijeli broj $a + b + 5$. Kako su a i b neparne znamenke, broj $a + b + 5$ mora biti neparan (jer je zbroj tri neparne broja neparan). Promotrimo sve mogućnosti:

1° $a + b + 5 = 9$, dakle $a + b = 4$ iz čega dobivamo $a = 1, b = 3$ ili $a = 3, b = 1$.

2° $a + b + 5 = 15$, dakle $a + b = 10$ iz čega dobivamo $a = 1, b = 9$ ili $a = 3, b = 7$ ili $a = 5, b = 5$ ili $a = 7, b = 3$ ili $a = 9, b = 1$

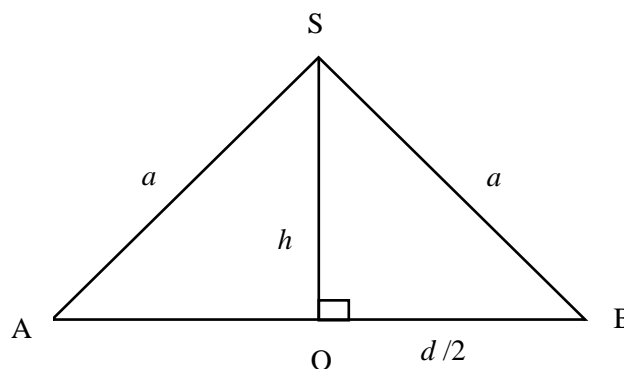
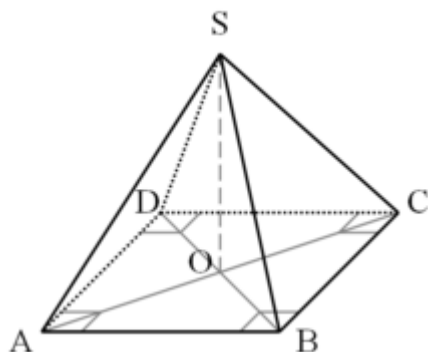
3° $a + b + 5 = 21$, dakle $a + b = 16$ iz čega dobivamo $a = 9, b = 7$ ili $a = 7, b = 9$.

Traženi troznamenkasti brojevi su: 135, 315, 195, 375, 555, 735, 915, 975 i 795. Ukupno ih je 9.

12. Koliki je obujam pravilne četverostrane piramide kojoj su svi bridovi duljine a ?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$	$\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$	

Rješenje:



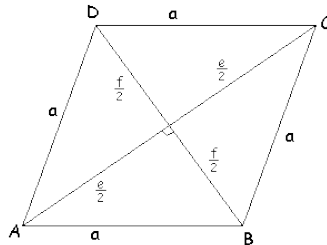
$$h^2 = a^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

13. Površina je romba 120 cm^2 . Zbroj je opsega četiriju trokuta na koje dijagonale romba dijele romb 120 cm . Kolika je stranica romba?

A.	B.	C.	D.	E.
11 cm	12 cm	13 cm	14 cm	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:



Površina romba $P = \frac{ef}{2}$, pa je $e \cdot f = 240$.

Opseg jednog od četiriju trokuta na koji dijagonale dijele romb: $O = \frac{e}{2} + \frac{f}{2} + a$, pa je $\frac{e}{2} + \frac{f}{2} + a = 30$.

Dakle, vrijedi:

$$\begin{cases} ef = 240 \\ \frac{e}{2} + \frac{f}{2} = a - 30 \\ \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = a^2 \end{cases}$$

Kvadriranjem druge jednakosti dobivamo: $\left(\frac{e}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{e}{2} \cdot \frac{f}{2} + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = a^2 - 60a + 900$ iz čega slijedi

$$\frac{ef}{2} = -60a + 900, \text{ pa je } -60a + 900 = 120 \Rightarrow a = 13$$

14. Koliko je $\frac{\sin^2 78^\circ - \sin^2 12^\circ}{\sin 33^\circ \sin 57^\circ}$?

A.	B.	C.	D.	E.
2	1	0	1/2	Ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 78^\circ - \sin^2 12^\circ}{\sin 33^\circ \sin 57^\circ} &= \frac{\cos^2(90^\circ - 78^\circ) - \sin^2 12^\circ}{\sin 33^\circ \cos(90^\circ - 57^\circ)} = \frac{\cos^2 12^\circ - \sin^2 12^\circ}{\sin 33^\circ \cos 33^\circ} = \frac{\cos 24^\circ}{\frac{1}{2} \sin 66^\circ} = \frac{2 \sin(90^\circ - 24^\circ)}{\sin 66^\circ} \\ &= \frac{2 \sin 66^\circ}{\sin 66^\circ} = 2 \end{aligned}$$

15. Kolika je površina lika što ga graf funkcije $f(x) = \left| \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 3 \right|$ zatvara s osi apscisa?

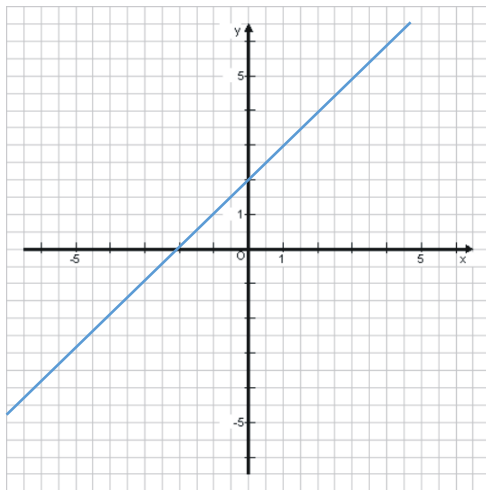
<p>A.</p> <p>9</p>	<p>B.</p> <p>8</p>	<p>C.</p> <p>7</p>	<p>D.</p> <p>4</p>	<p>E. Ne želimo odgovoriti na pitanje</p>
---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	--

Rješenje:

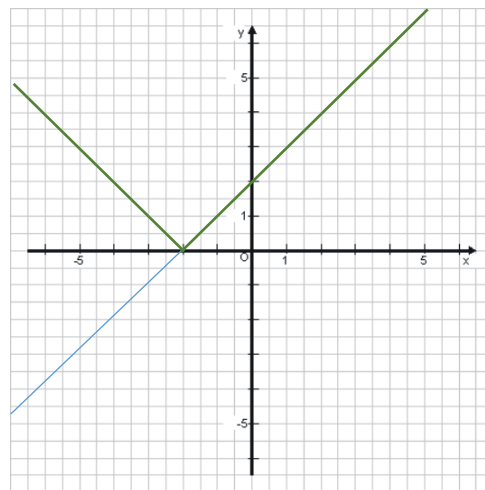
$$f(x) = \left| \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 3 \right| = \left| \sqrt{(x+2)^2} - 3 \right| = \left| |x+2| - 3 \right|$$

Graf funkcije crtamo transformacijama:

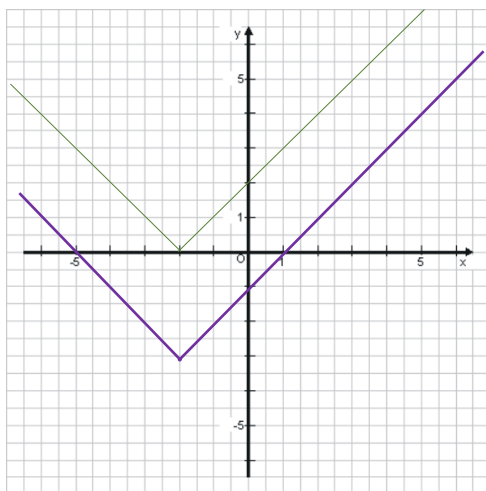
1° $y = x + 2$



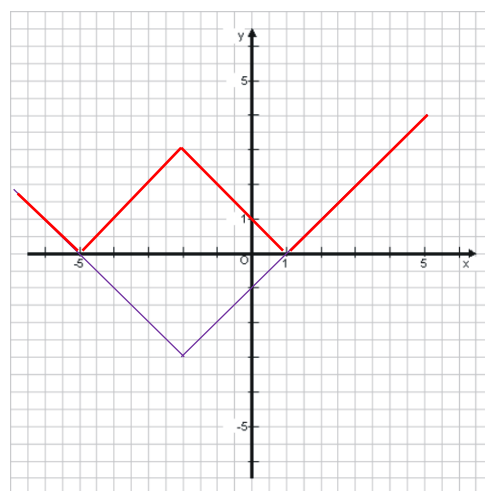
2° $y = |x + 2|$



3° $y = |x + 2| - 3$



4° $y = \left| |x + 2| - 3 \right|$



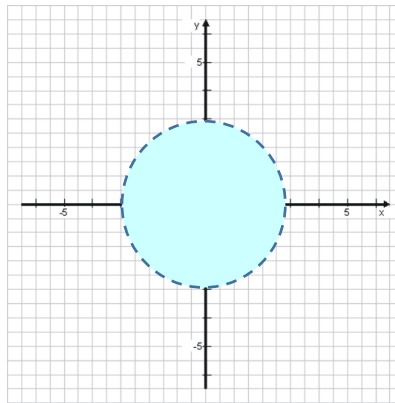
Površina trokuta što ga graf funkcije zatvara s osi apscisa: $P = \frac{av_a}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$

16. Prikaži u Gaussovoj ravnini sve kompleksne brojeve z za koje vrijedi: $\begin{cases} |z| < 3 \\ \text{Im } z > \text{Re } z \end{cases}$. Odredi površinu lika određenog tim sustavom.

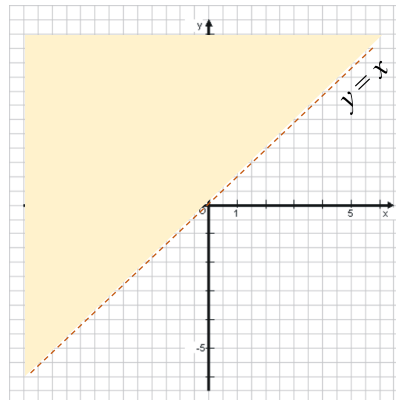
A. 2.25π	B. 1.5π	C. 0.75π	D. 4.5π	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	-----------------	------------------	-----------------	------------------------------------

Rješenje:

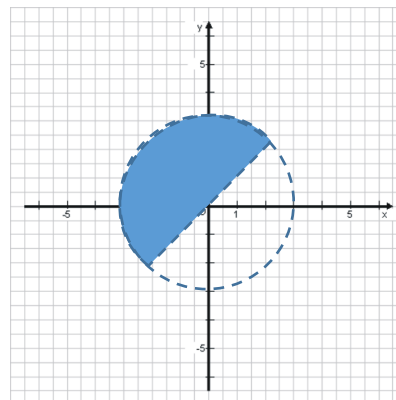
Kompleksni brojevi z za koje vrijedi $|z| < 3$ leže unutar kruga radijusa 3 sa središtem u ishodištu:



Kompleksni brojevi z za koje vrijedi $\text{Im } z > \text{Re } z$ leže u poluravnini na slici:



Kompleksni brojevi z za koje vrijede oba svojstva leže unutar polukruga radijusa 3:



Površina lika određenog tim sustavom je $\frac{1}{2} r^2 \pi = 4.5 \pi$.

17. Ako je $\sin x - \cos x = a$, koliko je $\sin^4 x + \cos^4 x$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{(1+a^2)^2}{2}$	$\frac{1+2a^2-a^4}{2}$	$\frac{1-2a^2-a^4}{2}$	$\frac{(1-a^2)^2}{4}$	

Rješenje:

$$\begin{aligned} \sin^4 x + \cos^4 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - 2 \cdot (\sin x \cos x)^2 \\ \sin x - \cos x = a &\Rightarrow \sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x = a^2 \Rightarrow 2\sin x \cos x = 1 - a^2 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1-a^2}{2} \\ \sin^4 x + \cos^4 x &= 1 - 2 \cdot (\sin x \cos x)^2 = 1 - 2 \left(\frac{a^2-1}{2} \right)^2 = 1 - \frac{a^4-2a+1}{2} = \frac{-a^4-2a+1}{2} \end{aligned}$$

18. Koliko različitih rješenja (x, y) u skupu cijelih brojeva ima jednadžba $xy + 2y - 3x = 15$?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
8	4	2	Ništa od navedenoga	

Rješenje:

Diofantsku jednadžbu ćemo rješavati metodom dijeljenja:

- izrazimo jednu nepoznanicu preko druge

$$xy + 2y - 3x = 15 \Rightarrow xy + 2y = 3x + 15 \Rightarrow y(x+2) = 3x + 15 \Rightarrow y = \frac{3x+15}{x+2}$$

- nepravi razlomak (veći od 1) zapisat ćemo u obliku mješovitog broja (cijeli dio + pravi razlomak)

$$\Rightarrow y = \frac{3x+6+9}{x+2} \Rightarrow y = \frac{3(x+2)+9}{x+2} \Rightarrow y = 3 + \frac{9}{x+2}$$

- razlomak je cijeli broj samo ako je nazivnik djeljitelj brojnika, stoga moramo nabrojati cjelobrojne djelitelje broja 9

$x+2$	x	$\frac{9}{x+2}$	$y = 3 + \frac{9}{x+2}$
9	7	1	4
3	1	3	7
1	-1	9	12
-1	-3	-9	-6
-3	-5	-3	0
-9	-7	-1	2

Rješenja su: $(x, y) \in \{(7, 4), (1, 7), (-1, 12), (-3, -6), (-5, 0), (-7, 2)\}$ i ima ih 6.

19. Ante, Šime i Jure vole jednu od triju najboljih prijateljica iz razreda (Mare, Cvita i Kate) i svaki je zaljubljen u različitu djevojku. Koju djevojku voli Šime ako je samo jedna od izjava točna:

- Šime voli Maru,
- Jure ne voli Maru,
- Ante ne voli Cvitu?

A. Maru	B. Cvitu	C. Kate	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	--------------------	-------------------	----------------------------------	---

Rješenje:

\ \ Ante, Šime i Jure vole jednu od triju najboljih prijateljica iz razreda!
 \ \ Budući da je samo jedna od izjava točna, pogledajmo tri slučaja:
 \ \ 1° Istina je da **Šime voli Maru**. Tada nije istina da Jure ne voli Maru, što bi značilo da **Jure voli Maru**. Tada bi dva prijatelja voljela istu djevojku što nije moguće.
 \ \ 2° Istina je da **Jure ne voli Maru**. Tada nije istina da Ante ne voli Cvitu, što znači da **Ante voli Cvitu**. Također, nije istina da Šime voli Maru, što znači da **Šime ne voli Maru**. To znači da nitko od trojice prijatelja ne voli Maru, što nije istina.
 \ \ 3° Istina je da Ante ne voli Cvitu. Tada nije istina da Jure ne voli Maru, što znači da **Jure voli Maru**. To znači da **Ante voli Katu**, pa **Šime voli Cvitu** (što se slaže s tim da Šime ne voli Maru).

20. Riješi nejednadžbu $(x-1)x(x+1) \geq 3x$.

A. $x \in [-2, 0] \cup [2, \infty)$	B. $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup [2, \infty)$	C. $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup [0, 2]$	D. $x \in [-2, 2]$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	---	--	------------------------------	---

Rješenje:

\ \ **PAZI:** ne smijemo podijeliti nejednakost s $x!!!$ Stoga ćemo sve prebaciti na istu stranu nejednakosti i faktorizirati:

$$(x-1)x(x+1) \geq 3x \Rightarrow (x-1)x(x+1) - 3x \geq 0 \Rightarrow x[(x-1)(x+1) - 3] \geq 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) \geq 0$$

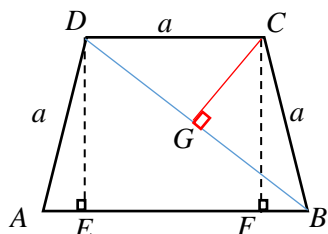
$$(x-2)x(x+2) \geq 0$$

\ \ Produkt tri faktora je nenegativan! Nejednadžbu rješavamo tablicom predznaka (ili crtanjem grafova pravca i parabole ili...) i dobivamo rješenje pod A.

21. Zadan je trapez $ABCD$ s osnovicama \overline{AB} i \overline{CD} za koji vrijedi $|BC| = |CD| = |DA| = \frac{1}{2}|AB| = a$. Odredi udaljenost točke C od dijagonale \overline{BD} .

A.	B.	C.	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{a}{4}$	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{2}$		

Rješenje:



Označimo s E i F nožišta visina trapeza iz vrhova C i D . Jer je $|EF| = a$, vrijedi $|AE| = |FB| = \frac{a}{2}$. Trokut AED je pravokutan i hipotenuza mu je dvostruko dulja od jedne katete iz čega zaključujemo da je kut $\angle EAD = 60^\circ$, pa je $\angle BCD = 120^\circ$.

Trokut BCD je jednakokrakan, pa je visina \overline{CG} na osnovicu \overline{BD} raspolovila kut $\angle BCD$, što znači da je $\angle BCG = 60^\circ$. Trokut BCG ima kutove 30° , 60° i 90° iz čega zaključujemo da je duljina dužine \overline{CG} dvostruko manja od hipotenuze \overline{BC} . Odgovor na pitanje u zadatku je $\frac{a}{2}$.

22. Riješi nejednadžbu $\sqrt{x^2 - 2x + 1} < x$.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$x \in \langle 0.5, \infty \rangle$	$x \in \mathbf{R}$	$x \in \langle 1.5, 1 \rangle$	Ništa od navedenoga	

Rješenje:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} < x \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} < x \Rightarrow |x-1| < x$$

PAZI: $\sqrt{a^2} = |a|$

Promotrimo dva slučaja:

$$1^\circ x-1 < 0 \Rightarrow x < 1$$

Tada nejednadžba glasi:

$$-x+1 < x \Rightarrow x > 0.5$$

Presjek uvjeta i rješenja: $x \in \langle 0.5, 1 \rangle$

$$2^\circ x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

Tada nejednadžba glasi:

$$x-1 < x \Rightarrow -1 > 0 \Rightarrow x \in \mathbf{R}$$

Presjek uvjeta i rješenja: $x \in [1, \infty)$

Unija rješenja oba slučaja je rješenje nejednadžbe: $x \in \langle 0.5, \infty \rangle$

