



Proljetno kolo 2018./2019.

ŠKOLA	
BROJ EKIPE	
KATEGORIJA	A
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ MATematika

www.matzelcic.com.hr

Autorica zadatka: Maja Zelčić, profesorica matematike

Recenzentice: Mirela Kurnik, profesorica matematike
Tamara Srnc, profesorica matematike

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

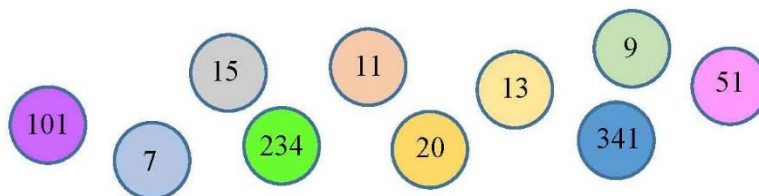
1.1. Koja od navedenih tvrdnji je točna za brojeve 13 i 20?

A. Brojevi su prosti	B. Brojevi su relativno prosti	C. Brojevi su složeni	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------	--	---------------------------------	---------------------------------	---

1.2. Koja je posljednja znamenka umnoška prvih 17 višekratnika broja 7?

A. 3	B. 9	C. 0	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------------------------	---

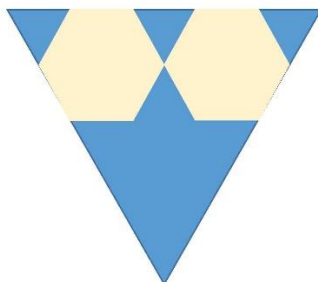
1.3. Ivan je izabrao neke od numeriranih kuglica sa slike i poredao ih tako da dobije najmanji desetoznamenkasti broj. Koja se kuglica nalazi na posljednjem mjestu u nizu?



A. 7	B. 101	C. 341	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	------------------	------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

1.4. Unutar jednakostraničnog trokuta nalaze se dva sukladna pravilna šesterokuta (vidi sliku) duljine stranice 11 cm. Koliki je opseg zatamnjenog dijela trokuta?



A. 143 cm	B. 209 cm	C. 231 cm	D. 220 cm	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---

1.5. Šifra za lokot je troznamenkasti broj djeljiv s 3. Ako su sve znamenke neparne i različite, koliko takvih šifri postoji?

A. 4	B. 12	C. 18	D. 24	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

1.6. U nizu prirodnih brojeva 2, 3, 4... obrišemo sve brojeve djeljive s 2, zatim obrišemo sve brojeve djeljive s 3 i tako redom. Nakon što smo obrisali sve brojeve djeljive s jednoznamenastim brojevima, koliki je zbroj znamenaka petog broja po redu u preostalom nizu?

A. 11	B. 8	C. 5	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	----------------	----------------	----------------------------------	---

1.7. Nad stranicama pravilnog peterokuta $ABCDE$ konstruirani su prema van jednakostranični trokuti ABB_1 , BCC_1 , CDD_1 , DEE_1 i EAA_1 . Kolika je mjera kuta $\angle A_1C_1E_1$?

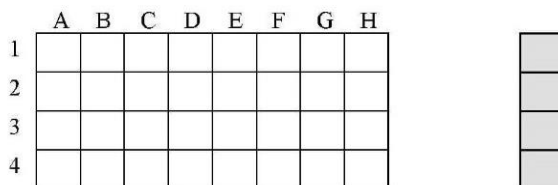
A. 54°	B. 30°	C. 36°	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

1.8. Mia želi popločati podlogu dimenzija 8×4 (kao na slici) sa osam pločica dimenzija 4×1 . Na koliko načina to može napraviti?



A. 2	B. 5	C. 6	D. 7	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

1.9. Umnožak dva prirodna broja koji u svom zapisu nemaju niti jednu znamenku nula je 210 000. Koliko takvih parova prirodnih brojeve postoji?

A. 0	B. 2	C. 3	D. 4	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

1.10. Koji od intervala je podskup skupa rješenja nejednadžbe $\frac{2}{x^2+3x} - \frac{x+1}{x^2-3x} \leq \frac{x}{9-x^2}$?

A. $\left[-\frac{9}{2}, -3\right)$	B. $\langle 0, 3 \rangle$	C. $\left\langle -\infty, -\frac{9}{2} \right]$	D. $\langle -3, 3 \rangle$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--	-------------------------------------	---	--------------------------------------	---

1.11. Koliki je zbroj svih realnih parametara a za koje jednadžba $\frac{a}{x-2} + \frac{3}{x+2} = \frac{5}{x^2-4}$ nema realna rješenja?

A. 1.25	B. -3	C. 0	D. -1.75	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	-----------------	----------------	--------------------	---

1.12. Koji od ponuđenih linearnih izraza nije faktor u rastavu polinoma $x^4 + 8x^3 - 18x^2 - 72x + 81$ na faktore?

A. $x+9$	B. $x-9$	C. $x+3$	D. $x-1$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.1. Lovre je zamislio neki broj, pomnožio ga s 15 i dodao mu 3. Koji od navedenih brojeva nije mogao dobiti?

A. 198	B. 318	C. 288	D. 338	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	------------------	------------------	------------------	---

2.2. Ako Mario krene u školu u 7:15 svojim biciklom prelazeći 3 km za 15 minuta i dođe u školu u 7:50, koliki je put pri tome prešao?

A. 6.5 km	B. 7 km	C. 7.5 km	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	-------------------	---------------------	----------------------------------	---

2.3. Na prvom stablu nalazi se dvostruko više ptica nego na trećem. Kada s prvog stabla tri ptice odlete na drugo, a dvije na treće stablo, na sva tri stabla će biti jednak broj ptica. Koliko je ptica bilo na drugom stablu prije prelijetanja?

A. 11	B. 8	C. 6	D. 16	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	----------------	----------------	-----------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.4. Duljine stranica trokuta su 3.14 cm i 7.2 cm. Ako je duljina treće stranice trokuta paran prirodan broj, koliko takvih trokuta postoji?

A. 6	B. 3	C. 2	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------------------------	---

2.5. Najveći zajednički djelitelj dva broja je 12, a njihov najmanji zajednički višekratnik je 240. Koliko parova takvih brojeva postoji?

A. 1	B. 2	C. 3	D. 4	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

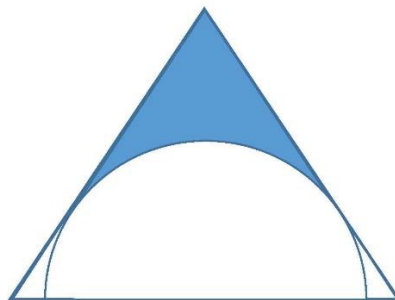
2.6. Nad stranicom \overline{BC} pravokutnika $ABCD$ dugom 3 cm prema van konstruiran je jednakokračan pravokutan trokut BEC ($|BC| = |CE|$), dok je nad stranicom \overline{CD} tog pravokutnika dugom 2 cm prema van konstruiran jednakokračan pravokutan trokut CDF ($|CD| = |DF|$). Koliki je zbroj površina trokuta ACE , ABF i CEF ?

A. 12.5 cm ²	B. 12 cm ²	C. 13.5 cm ²	D. 14 cm ²	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------	---

2.7. Ivica i Marica imaju 8 istih čokolada i 7 istih lizalica. Na koliko načina mogu sve slatkiše podijeliti među sobom ako svatko mora dobiti bar dvije čokolade i bar tri lizalice?

A. 7	B. 15	C. 10	D. 8	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-----------------	-----------------	----------------	---

2.8. U jednakostraničan trokut duljine stranice 8 cm upisan je polukrug kao na slici. Kolika je površina osjenčanog dijela?



A. $12\sqrt{3} - 6\pi$	B. $16\sqrt{3} - 12\pi$	C. $12\sqrt{3} - 4\pi$	D. $21\sqrt{3} - 4\pi$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------------	-----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	---

2.9. Kolika je površina lika što ga graf funkcije $f(x) = \left| \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 4 \right|$ u drugom kvadrantu zatvara s koordinatnim osima?

A. 2	B. 8	C. 0	D. 4	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

2.10. Za koje realne parametre a će nejednakost $(x-a)(2x+a) > a$ biti ispunjena za sve $x \in \mathbb{R}$?

A. $-\frac{8}{9} < a < 0$	B. $0 < a < \frac{8}{9}$	C. $a \notin \mathbb{R}$	D. $a \in \mathbb{R}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	---------------------------------	---

2.11. 2019-znamenkastom broju 2019201920...20192019201 želimo dopisati 2020-tu znamenku na mjestu jedinice tako da dobiveni broj bude djeljiv s 18. Koju znamenku trebamo dopisati?

A. 8	B. 6	C. 4	D. 9	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	---

2.12. Skup svih tjemena parabole $y = x^2 - (m+1)x + 5$ za $m \in \mathbb{R}$ je:

A. parabola $y = -x^2 + 5$	B. parabola $y = \frac{1}{4}x^2 + 5$	C. pravac $y = -\frac{1}{4}x + 5$	D. pravac $y = x + 5$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------------	--	---	---------------------------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.1. Četveročlana ekipa MAT 4-lige 90 minuta rješava zadatke svako kolo. Prije proljetnog kola najmlađi član ekipe se razbolio i nije mogao doći. Koliko vremena ima tročlana ekipa za rješavanje zadataka trećeg kola?

A. 67.5 min	B. 120 min	C. 90 min	D. 60 min	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------	----------------------	---------------------	---------------------	---

3.2. Nad hipotenuzom jednakokračnog pravokutnog trokuta duljine katete 1 cm konstruiramo novi jednakokračan pravokutan trokut tako da je hipotenuza prethodnog trokuta sada kateta novog trokuta. Postupak konstrukcije novog trokuta napravimo 15 puta. Koliko je duga hipotenuza šesnaestog po redu trokuta?

A. $128\sqrt{2}$ cm	B. 128 cm	C. $256\sqrt{2}$ cm	D. 256 cm	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------	---------------------	-------------------------------	---------------------	---

3.3. Dijagonala \overline{AC} trapeza $ABCD$ jednako je duga kao krak \overline{BC} i dijeli kut trapeza u vrhu C u omjeru 3: 1. Koliki je najmanji kut tog trapeza?

A. 30°	B. 33°	C. 25°	D. 36°	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

3.4. Pri dijeljenju istim prirodnim brojem 150 i 168 daju isti ostatak. Koliko takvih brojeva postoji?

A. 4	B. 6	C. 8	D. 18	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	-----------------	---

3.5. Za koji realan parametar m jednačba $x(x^2 + 9) = mx^2$ ima točno dva različita realna rješenja?

A. $m \leq 6$	B. $m_{1,2} = \pm 6$	C. $-6 < m < 6$	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	--------------------------------	---------------------------	----------------------------------	---

3.6. Zadan je pravokutnik $ABCD$ i na stranici \overline{AD} točka E takva da se površine trokuta ABE i površina trokuta BEC odnose kao 3 : 4. U kojem omjeru točka E dijeli stranicu \overline{AD} počevši od točke A ?

A. 3 : 1	B. 2 : 1	C. 4 : 1	D. Nije moguće odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	--------------------	--------------------	-----------------------------------	---

3.7. U šest bačvi se nalazi ukupno 150 litara vina. U prvoj bačvi je trostruko više vina nego u trećoj, u drugoj bačvi je dva puta manje vina nego u šestoj, u četvrtoj bačvi je duplo manje vina nego u prvoj, trećoj i šestoj zajedno, u petoj je četiri puta više vina nego u drugoj i u šestoj dva puta više nego u prvoj. Koliko se vina nalazi u četvrtoj bačvi?

A. 14 l	B. 20 l	C. 22.5 l	D. 25 l	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------	-------------------	---------------------	-------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

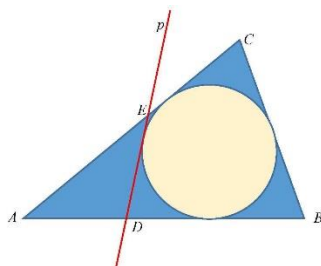
3.8. Dulja dijagonala paralelograma duljine $3\sqrt{2}$ cm zatvara sa stranicama paralelograma kutove od 15° i 45° .
Odredite površinu paralelograma.

A. 6 cm^2	B. $9 - 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$	C. $\frac{9 - 3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$	D. Ništa od navedenog	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------------	---	---	---------------------------------	---

3.9. Zbroj svih rješenja jednadžbe $\log_4(\cos 3x) = -0.5$ na intervalu $\langle 0, \pi \rangle$ označimo s A . Zbroj svih prirodnih brojeva iz intervala $\langle 0, 2\pi \rangle$ koji zadovoljavaju nejednakost $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ označimo sa B . Koliko je AB^2 ?

A. 8π	B. 13π	C. π	D. 6π	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	----------------------	--------------------	---------------------	---

3.10. Trokutu ABC upisana je kružnica kojoj je $|AB| = 13 \text{ cm}$, $|BC| = 8$ i $|CA| = 12$. Pravac p dira kružnicu. Koliki je opseg trokuta ADE ?

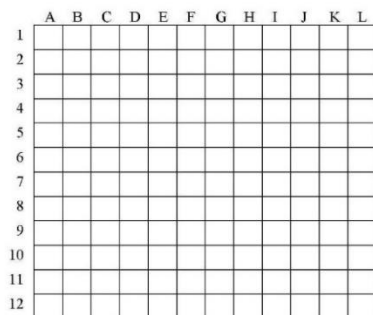


A. 13 cm	B. 7 cm	C. 17 cm	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------	-------------------	--------------------	----------------------------------	---

3.11. Ako je površina trokuta ABC jednaka 30 cm^2 , $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ i omjer $c : b = 5 : 2$, koliko je a^2 ?

A. 3060 cm^2	B. 2740 cm^2	C. 450 cm^2	D. 130 cm^2	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---

3.12. Keramičar želi popločati podlogu dimenzija 12×12 (kao na slici) s 24 pločice kao na slici. Na koliko različitih načina pri tome popločavanju može prekriti prvi red te ploče?



A. 16	B. 12	C. 24	D. 48	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.1. Čemu je jednak izraz $(x+2y)^2 - (2x-y)(x+3y) - y(x+6y)$?

A. $8xy - x^2 - 5y^2$	B. $8xy - x^2 + 7y^2$	C. $6xy - x^2 - 5y^2$	D. $y^2 - 2xy - x^2$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	---

4.2. Dulja dijagonala romba duljine stranice a zatvara sa stranicom kut od 30° . Kolika je duljina kraće dijagonale romba?

A. $a\sqrt{3}$ cm	B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ cm	C. $2a\sqrt{3}$ cm	D. Ništa od navedenoga	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	---------------------------------------	------------------------------	----------------------------------	---

4.3. Kolika je vjerojatnost da od svih troznamenkastih brojeva izvučemo broj djeljiv s 3 ili s 5?

A. $\frac{8}{15}$	B. $\frac{133}{225}$	C. $\frac{118}{225}$	D. $\frac{7}{15}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	--------------------------------	--------------------------------	-----------------------------	---

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.4. Kada od prostog broja oduzmemo njegov najmanji djelitelj, dobijemo neparan broj. Koliko prostih brojeva ima to svojstvo?

A. 0	B. 1	C. 4	D. Beskonačno	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	-------------------------	---

4.5. Izbaci uljeza:

A. $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{\dots}}}}$	B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 3}{n^2 + 2}$	C. $12_{(3)}$	D. $\binom{5}{3} - \binom{5}{4}$	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
---	---	-------------------------	--	---

4.6. Četveroznamenkastom broju dodamo troznamenkast broj koji dobijemo kada početnom broju obrišemo znamenku na mjestu tisućica i dobijemo zbroj 5246. Koliko četveroznamenkastih brojeva zadovoljava to svojstvo?

A. 3	B. 1	C. 2	D. Ne može se odrediti	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------------------------	---

4.7. Tri broja čiji je zbroj 24 čine aritmetički niz. Ako prvi broj povećamo za 1, a treći za 3, dobit ćemo geometrijski niz. Koliki je umnožak ta tri člana geometrijskog niza?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
2^9	2^{10}	2^{11}	2^8	

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. Rješenja jednadžbe $z^4 = 16$ i $w^4 = -4$ u Gaussovoj ravnini čine vrhove dvaju kvadrata. Kolika je razlika njihovih površina?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
7	8	2	4	

4.9. Zadana su dva sukladna pravokutna trokuta takva da im je tangens jednog kuta 0.5, a opseg $9 + 3\sqrt{5}$ cm. Trokuti se preklapaju tako da im je vrh pravog kuta isti i kraća kateta jednog trokuta leži na duljoj kateti drugog trokuta. Kolika je površina lika u kojem se preklapaju?

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
3 cm^2	4 cm^2	6 cm^2	Ne može se odrediti	

4.10. U pravilnu šesterostranu prizmu čiji su bridovi duljine a upisan je valjak. U valjak je upisana pravilna šesterostrana prizma, u prizmu valjak itd. Odredite zbroj obujmova svih valjaka.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{3}{2}a^3\pi$	$\frac{3}{4}a^3\pi$	$a^3\pi$	$3a^3\pi$	

4.11. Rješenje jednadžbe $\log_2 x + \log_2^2 x + \log_2^3 x + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 6n + 2} - \sqrt{n^2 + 2n - 3})$ je:

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{4}$	$\sqrt[4]{32}$	$\sqrt[5]{16}$	

4.12. Binomni koeficijent petog člana binoma $(x^{3+\log x} + 1)^n$ pet puta je veći od binomnog koeficijenta drugog člana tog binoma. Odredi umnožak svih realnih brojeva x za koje je sedmi član razvoja binoma 0.07.

A.	B.	C.	D.	E. Ne želimo odgovoriti na pitanje
0.1	100	1000	0.001	