



Prolječno kolo 2017./2018.

ŠKOLA	
EKIPA	
KATEGORIJA	A
POVJERENIK NATJECANJA	

R.B.	IME I PREZIME UČENIKA	RAZRED	IME I PREZIME MENTORA
1.			
2.			
3.			
4.			

ODGOVORI:

1. razred		2. razred		3. razred		4. razred	
1.1.		2.1.		3.1.		4.1.	
1.2.		2.2.		3.2.		4.2.	
1.3.		2.3.		3.3.		4.3.	
1.4.		2.4.		3.4.		4.4.	
1.5.		2.5.		3.5.		4.5.	
1.6.		2.6.		3.6.		4.6.	
1.7.		2.7.		3.7.		4.7.	
1.8.		2.8.		3.8.		4.8.	
1.9.		2.9.		3.9.		4.9.	
1.10.		2.10.		3.10.		4.10.	
1.11.		2.11.		3.11.		4.11.	
1.12.		2.12.		3.12.		4.12.	

I ♥ **MAT**ematika

www.matzelcic.com.hr

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -2 boda

1.1. Na šahovskoj ploči postavljena su dva topa i to tako da se međusobno ne napadaju. Na ploču želimo postaviti i trećeg topa ali tako da se topovi međusobno ne napadaju. Koliko mogućnosti za to imamo? (Topovi napadaju duž redaka i stupaca.)

8	a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8
7	a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7
6	a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6
5	a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5
4	a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4
3	a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3
2	a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2
1	a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1
	a	b	c	d	e	f	g	h

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
18	36	72	324	

1.2. Glinenu kockicu brida 2 cm preoblikujemo u valjak promjera baze 2 cm. Kolika je visina tako dobivenog valjka?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
$\frac{4}{\pi}$	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{8}{\pi}$	$\frac{1}{\pi}$	

1.3. Neka su a i b realni brojevi takvi da je $a < b$. Što od navedenoga **ne vrijedi** za svaki realan broj c različit od nula?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
$a + c < b + c$	$a \cdot c < b \cdot c$	$a - c < b - c$	vrijedi sve navedeno	

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -4 boda

1.4. Stranica trokuta duga je 10 cm, a kutovi uz nju su 120° i 30° . Koliki je opseg tog trokuta?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
$20 + 5\sqrt{3}$ cm	$20 + 10\sqrt{3}$ cm	40 cm	ne može se odrediti	

1.5. Pod dimenzija 312 cm i 264 cm treba popločati sa što manje jednakih kvadrata. Koliko takvih kvadrata ima?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
24	576	143	ništa od navedenoga	

1.6. Zadan je jednakokračan trapez s okomitim dijagonalama. Ako mu je površina 64 cm^2 , koliko su mu duge dijagonale?

A.	B.	C.	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
16 cm	8 cm	$8\sqrt{2}$ cm		

1.7. Za koliko prirodnih brojeva n će razlomak $\frac{n^2 - 4n - 4}{n - 2}$ biti cijeli broj?

A.	B.	C.	D.	E.
6	8	10	5	ne želimo odgovoriti na pitanje

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

1.8. Koliko cjelobrojnih parova (x, y) zadovoljava jednadžbu $x^2 + 8x = 6y - 22 - y^2$?

A.	B.	C.	D.	E.
0	2	4	8	ne želimo odgovoriti na pitanje

1.9. Ako je $x + \frac{1}{x} = 2$, koliko je $x^8 + \frac{1}{x^8}$?

A.	B.	C.	D.	E.
256	16	2	ne može se odrediti	ne želimo odgovoriti na pitanje

1.10. Koliko ima četveroznamenastih brojeva djeljivih s 5 kojima su znamenke različite i manje od 8?

A.	B.	C.	D.	E.
390	588	630	672	ne želimo odgovoriti na pitanje

1.11. Ako nekom broju obrišemo znamenku jedinica, dobit ćemo broj koji je za 2018 manji od danog broja. Koliki je umnožak znamenki polaznog broja?

A.	B.	C.	D.	E.
16	8	32	ne može se odrediti	ne želimo odgovoriti na pitanje

1.12. Koliko cijelih brojeva zadovoljava nejednakost $\frac{x^2(x-5)(8+2x)^3(x^2-4x)}{(x+6)(2-4x)(5+x)^2} \geq 0$?

A.	B.	C.	D.	E.
6	4	5	beskonačno	ne želimo odgovoriti na pitanje

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.1. Rješenje sustava nejednadžbi $x(x-1) \geq 0$ i $x-1 < 0$ je

A. $x < 1$	B. $x \geq 0$	C. $x \leq 0$	D. $x \in \emptyset$	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------------	-------------------------------------------

2.2. Za polinom $f(x) = ax^2 + bx + c$ vrijedi $f(-2) = f(4)$. Polinom dostiže ekstremnu vrijednost za

A. $x = 1$	B. $x = 2$	C. $y = 1$	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------------------	-------------------------------------------

2.3. Visina romba dijeli stranicu u omjeru 4 : 7. Što od navedenog vrijedi za šiljasti kut romba?

A. $\sin \alpha = \frac{4}{7}$	B. $\cos \alpha = \frac{4}{11}$	C. $\cos \alpha = \frac{4}{7}$	D. $\sin \alpha = \frac{4}{11}$	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------------------	-------------------------------------------	------------------------------------------	-------------------------------------------	-------------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

2.4. Koliko ima jednakokračnih trokuta čije su duljine stranica cjelobrojne, jedna od njih je 4 cm, a opseg tog trokuta nije veći od 12 cm?

A. 10	B. 8	C. 7	D. 5	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	----------------	----------------	----------------	-------------------------------------------

2.5. Što je rješenje nejednadžbe $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} \leq 2x$?

A. $[-1, 1]$	B. \emptyset	C. $[1, \infty)$	D. \mathbb{R}	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------	--------------------------	----------------------------	---------------------------	-------------------------------------------

2.6. U jednakokračnom trapezu $ABCD$ osnovica \overline{AB} jednako je duga kao i dijagonala \overline{AC} , koja je ujedno i simetrala kuta $\angle BAD$. Koliki je najmanji kut u trapezu?

A. 36°	B. 72°	C. 45°	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
-------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------	-------------------------------------------

2.7. Najveći zajednički djelitelj tri prirodna broja je 13, a najmanji zajednički višekratnik istih brojeva je 741. Koliki je umnožak tih brojeva?

A. 125 229	B. 9 633	C. 741	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------	--------------------	------------------	----------------------------------	-------------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

2.8. Jednadžba $|x^2 - 6x + 5| = m$ ima točno tri rješenja ako je

A. $m \in \emptyset$	B. $m = 4$	C. $m > -4$	D. $m \geq 0$	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------	----------------------	-----------------------	-------------------------	-------------------------------------------

2.9. Dvije se kružnice diraju izvana. Njihove zajedničke vanjske tangente sijeku se pod kutom od 120° . Koliki je omjer polumjera tih kružnica?

A. $5 + 4\sqrt{3}$	B. 3	C. $5 - 4\sqrt{3}$	D. 4	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	----------------	------------------------------	----------------	-------------------------------------------

2.10. Na proslavi rođendana Ivan je pojeo 4, a Filip 3 kolača. Ako je Ivan pojeo prvi kolač i u svakom trenutku je pojeo više kolača od Filipa, na koliko načina je redoslijed jedenja kolača mogao biti ostvaren?

A. 4	B. 5	C. 6	D. 3	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	-------------------------------------------

2.11. Ako je poznato da je razlika korijena kvadratne jednadžbe jednaka 3, a razlika njihovih kubova 36, kolika je apsolutna vrijednost zbroja korijena te kvadratne jednadžbe?

A. $-\frac{2}{3}$	B. 13	C. $\sqrt{13}$	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	-----------------	--------------------------	----------------------------------	-------------------------------------------

2.12. Koliko parova cijelih brojeva x i y zadovoljava jednadžbu $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2018}$?

A. 6	B. 18	C. 4	D. 17	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-----------------	----------------	-----------------	-------------------------------------------

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -2 boda**

3.1. Koliki je temeljni period funkcije $f(x) = \left| 3 \sin \left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6} \right) \right|$?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
π	2π	3π	$\frac{3}{2}\pi$	

3.2. Na logorovanju je bilo puno djece. Sedmero od njih su voljeli kupus, šestero krumpir, a petero grah. Četvero su rado jeli krumpir i kupus, troje kupus i grah, a dvoje krumpir i grah. Jedno dijete je rado jelo i krumpir, i grah, i kupus. Koliko je djece na logorovanju ako svi vole bar jedno jelo?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
18	10	27	11	

3.3. Koliko postoji prirodnih brojeva x za koje je razlomak $\frac{2x-3}{10}$ prirodan broj?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
0	3	8	beskonačno	

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova**ODGOVOR „E“ : 0 bodova****OSTALO : -4 boda**

3.4. Koliko rješenja ima jednadžba $16 \cos \left| \frac{\pi x}{2} \right| = |x^2 - 16|$?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
5	10	9	6	

3.5. Od svih kružnih isječaka opsega 30 cm, nađi onaj s najvećom površinom. Koliki je njegov polumjer?

A.	B.	C.	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
10 cm	15 cm	7.5 cm		

3.6. U tupokutnom trokutu duljina najdulje stranice a je 10 cm, polumjer trokutu opisane kružnice je $5\sqrt{2}$ cm, a kut γ je 12° . Kolika je veličina kuta β ?

A.	B.	C.	D.	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
138°	33°	123°	48°	

3.7. Ako je $\log(a-b) - \log\sqrt{3a-b} = \frac{1}{2}\log b$, što od navedenoga vrijedi za pozitivne brojeve a i b ($a > b$)?

A. $a^2 + 2b^2 = 5ab$	B. $a^2 - 2b^2 = 5ab$	C. $a^2 + 2b^2 = 3ab$	D. ništa od navedenoga	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-------------------------------	-------------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

3.8. S kojim od navedenih brojeva je djeljiv broj $2^{30} + 5^{32}$?

A. $2^{15} + 5^{16} + 10^{16}$	B. $2^{15} + 5^{16} - 10^8$	C. 10^{30}	D. ništa od navedenog	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------------------	---------------------------------------	------------------------	------------------------------	-------------------------------------------

3.9. Otoci A, B, C i D međusobno su povezani mostovima. Iz otoka A vodi a mostova, iz otoka B vodi b mostova, iz otoka C vodi c mostova i iz otoka D vodi d mostova. Želimo prošetati preko svih mostova koji povezuju te otoke (početak šetnje biramo sami) ali tako da svaki most prijedemo točno jedanput. Kada to nije moguće napraviti?

A. $a = 2, b = 3$ $c = 3, d = 2$	B. $a = 3, b = 4$ $c = 4, d = 3$	C. $a = 4, b = 4$ $c = 2, d = 2$	D. $a = 3, b = 3$ $c = 3, d = 2$	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
--------------------------------------------	--------------------------------------------	--------------------------------------------	--------------------------------------------	-------------------------------------------

3.10. U polukuglu polumjera r je upisana kocka. Kolika je duljine brida te kocke?

A. $\frac{r\sqrt{3}}{2}$	B. $\frac{r\sqrt{6}}{2}$	C. $\frac{r\sqrt{2}}{2}$	D. $\frac{r\sqrt{6}}{3}$	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	-------------------------------------------

3.11. Trapezu se može opisati kružnica polumjera $\sqrt{2}$ cm, a njeno je središte na većoj osnovici trapeza. Ako je šiljasti kut trapeza 75° kolika je duljina njegove dijagonale?

A. $\sqrt{3} + 1$	B. $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$	C. $\sqrt{3} - 1$	D. ništa od navedenog	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------------------	---------------------------------------	-----------------------------	------------------------------	-------------------------------------------

3.12. Koliko cjelobrojnih rješenja ima jednadžba $x^2 + y^2 - 8z = 15$?

A. 0	B. 2	C. beskonačno	D. ništa od navedenog	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	-------------------------	------------------------------	-------------------------------------------

TOČAN ODGOVOR : 10 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -2 boda
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.1. Nad stranicom \overline{AB} kvadrata $ABCD$ nacrtan je jednakostraničan trokut ABE takav da je točka E unutar kvadrata. Kolika je veličina kuta $\sphericalangle CEB$?

A. 60°	B. 150°	C. 75°	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	-------------------	------------------	-------------------------------	-------------------------------------------

4.2. Sedam radnika treba 15 dana da obave posao kod obitelji Brzić. Nakon pet dana rada, obitelj želi zaposliti nove radnike da bi posao bio gotov 3 dana prije roka. Koliko radnika još trebaju zaposliti?

A. 3	B. 7	C. 10	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	-----------------	-------------------------------	-------------------------------------------

4.3. Mama pravi kolače takve da u njih stavi orahe i bademe u omjeru 2 : 3, te bademe i lješnjake u omjeru 5 : 4. Ako je u kolač stavila ukupno 185 dag orašastih plodova, koliko je u kolaču lješnjaka?

A. 60 dag	B. 50 dag	C. 75 dag	D. 82 dag	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 20 bodova	ODGOVOR „E“ : 0 bodova	OSTALO : -4 boda
---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

4.4. Neka su a i b najmanji prirodni brojevi takvi da je $250 \cdot a = b^2 \cdot b^2 \cdot b^2$. Koliko djelitelja ima broj a ?

A. 15	B. 24	C. 7	D. 3	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
-----------------	-----------------	----------------	----------------	-------------------------------------------

4.5. Odredi zbroj rješenja jednadžbe $\frac{x+2}{2} + \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(x+2)^3}{8} + \dots = -x$.

A. 1	B. -1	C. 3	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	-----------------	----------------	----------------------------------	-------------------------------------------

4.6. Pravac prolazi desnim žarištem hiperbole $16x^2 - 9y^2 = 144$, te s rastućom asimptotom hiperbole i s osi apscisa zatvara trokut površine 12 kvadratnih jedinica. Koliki je nagib tog pravca?

A. $-\frac{24}{7}$	B. $\frac{32}{5}$	C. $-\frac{24}{5}$	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------------------	-----------------------------	------------------------------	----------------------------------	-------------------------------------------

4.7. Što je rješenje nejednadžbe $\sqrt{2x+3}+3 < 0$?

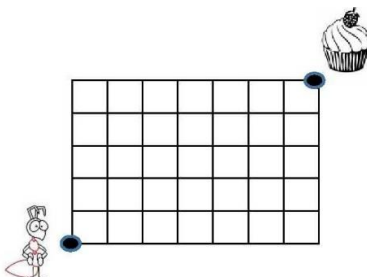
A. $\langle -\infty, 3 \rangle$	B. $\left[-\frac{3}{2}, 3\right)$	C. \emptyset	D. \mathbb{R}	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
---------------------------------	-----------------------------------	----------------	-----------------	------------------------------------

TOČAN ODGOVOR: 30 bodova

ODGOVOR „E“ : 0 bodova

OSTALO : -6 bodova

4.8. Mali mrav želi doći do kolača krećući se po rešetki na slici. Na koliko načina to može napraviti ako svaki korak ide desno ili gore?



A. 12	B. 792	C. 35	D. ništa od navedenog	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
-------	--------	-------	-----------------------	------------------------------------

4.9. Koliko je $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 98 \cdot 99 + 99 \cdot 100$?

A. 333 430	B. 343 400	C. 333 300	D. 331 650	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------	------------	------------	------------	------------------------------------

4.10. Izraz $a^5 - 5a^3 + 4a$ za svaki prost broj a nije djeljiv s

A. 15	B. 40	C. 16	D. 24	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
-------	-------	-------	-------	------------------------------------

4.11. Ako se zna da je jedno rješenje jednadžbe $z^3 + z^2(4i+2) + z(-1.25+20i) + 25i = 0$ realno, u kojem intervalu se nalazi?

A. $\langle -3, 0 \rangle$	B. $\langle -1, 1 \rangle$	C. $\langle 1, 3 \rangle$	D. ne može se odrediti	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------------------	----------------------------	---------------------------	------------------------	------------------------------------

4.12. Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot \left(\binom{n}{0} \cdot 8^n + \binom{n}{1} \cdot 8^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot 8^{n-2} + \dots + \binom{n}{n-1} \cdot 8 + \binom{n}{n} \right)}{(3^n + 1)^2}$.

A. $\frac{1}{2}$	B. beskonačno	C. 3	D. ne postoji	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
------------------	---------------	------	---------------	------------------------------------