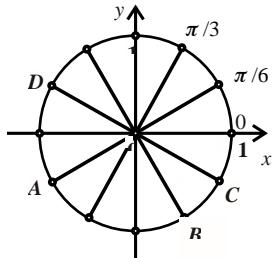


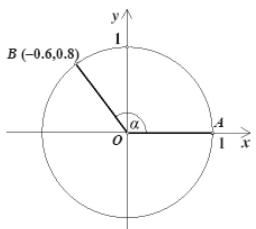
8.7. TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE

DEFINICIJA TRIGONOMETRIJSKIH FUNKCIJA

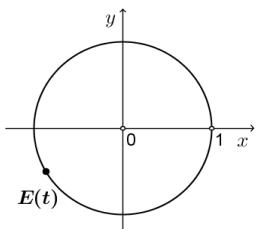
1. (2010.) Mjera kuta je $\frac{7\pi}{10}$ radijana. Koliko je to stupnjeva?
A. 21° B. 63° C. 94° D. 126°
2. (2013.) Pretvorite $\frac{13\pi}{9}$ radijana u stupnjeve.
3. (2010.) Mjera kuta je 162° . Koliko je to radijana?
A. $\frac{9\pi}{10}$ B. $\frac{10\pi}{9}$ C. $\frac{9\pi}{20}$ D. $\frac{20\pi}{9}$
4. (2016.) Koliko iznosi $135^\circ 30'$ u radijanima? Zaokružite rezultat na dvije decimale
5. (2011.) Kojoj je od istaknutih točaka brojevne kružnice pridružen broj $-\frac{65\pi}{6}$?



- A. A B. B C. C D. D
6. (2010.) Na slici je prikazan kut AOB mjere α . Koliko je $\sin \alpha$?



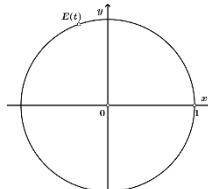
7. Na brojevnoj kružnici označite sve točke $E(t)$ za koje je $\sin t = \frac{1}{2}$.
8. (2015.) Realnomu broju t eksponencijalnim je preslikavanjem (namatanjem pravca na kružnicu) pridružena točka $E(t)$ na brojevnoj kružnici sa slike. Koja je od navedenih tvrdnja točna za vrijednosti sinusa i tangensa toga broja t ?



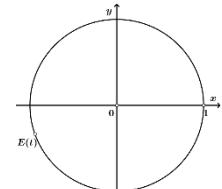
- A. $\sin t > 0, \operatorname{tg} t > 0$
B. $\sin t > 0, \operatorname{tg} t < 0$
C. $\sin t < 0, \operatorname{tg} t < 0$
D. $\sin t < 0, \operatorname{tg} t > 0$

9. (2015.) Realnom broju t pridružena je točka $E(t)$ na brojevnoj kružnici. Koja od navedene četiri slike prikazuje točku $E(t)$ za koju vrijedi $\sin t = -\frac{1}{3}, \operatorname{tg} t > 0$?

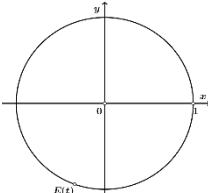
A



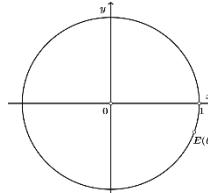
B.



C.



D.



10. (2013.) Na brojevnoj (trigonometrijskoj) kružnici označite točku $E(t)$ za koju je $\operatorname{tg} t = 2$ i $\cos t > 0$.

11. Za $x = \frac{7\pi}{4}$ odredite vrijednost funkcije

$$f(x) = \frac{\cos x - \sin x}{\cos^2 x + 1}.$$

12. Odredite najmanji broj među sljedećim brojevima:

- A. $\cos 3$ B. $\log_2 3$ C. $\sqrt{\frac{\pi}{2} - 1}$ D. $\log_{0.5} 5$

13. Rabeći džepno računalo, odredite koji je od navedenih brojeva najveći.

- A. $\log_5 8$ B. $\sqrt[5]{380}$ C. $\operatorname{tg}(78^\circ)$ D. 1.22^3

14. (2012.) Koliko je $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{7}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{6\pi}{7}\right)}{1 - \operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{7}\right)\operatorname{tg}\left(\frac{6\pi}{7}\right)}$ zaokruženo na četiri decimale?

- A. -4.3813 B. -2.3394 C. -1.1786 D. -0.4816

15. Ako je $\operatorname{tg} x = a$, izračunajte: $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

16. (2016.) Zadan je izraz $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x + 1}{\cos^2 x}$.

Pojednostavite ga i napišite uz pomoć a ako je $a = \operatorname{tg} x$.

17. (2017.) Za koji realan broj t vrijedi

$$\frac{\sin x - \sin^3 x}{1 + \cos 2x} = t \cdot \sin x \text{ za svaki } x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} ?$$

18. Ako je $t \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$ i $\sin t = 0.6$, koliko je $\cos t$?

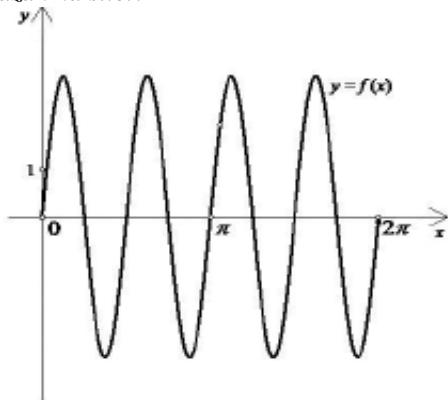
- A. -0.8 B. -0.4 C. 0.4 D. 0.8

19. Neka je $\sin t = -0.6$ i $t \in \left\langle \pi, \frac{3\pi}{2} \right\rangle$. Koliko je $\sin 2t$?

20. (2014.) Ako je $\cos x = 0.6$ i $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$, koliko je $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$?
- A. -0.44720 B. -0.39282 C. 0.1 D. 0.5
21. Ako je $\sin x = \frac{4}{5}$, te $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, onda je $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ jednako
- A. $\frac{1}{10}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $-\frac{3}{5}$
22. Ako je $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$, $0 < \beta \leq \frac{\pi}{2}$ i $\sin \beta = \frac{1}{3}$, koliko je $\cos \alpha$?
23. (2010.) Pojednostavite $\sin(3960^\circ + \alpha)$.
24. (2013.) Čemu je, nakon pojednostavljivanja, jednak izraz $\frac{\operatorname{tg}(x-15\pi)+5\operatorname{tg}x}{\operatorname{ctgx}+2\operatorname{ctg}(x-18\pi)}$?
- A. $-\frac{4}{3}\operatorname{ctg}^2 x$ B. $-\frac{4}{3}\operatorname{tg}^2 x$ C. $2\operatorname{ctg}^2 x$ D. $2\operatorname{tg}^2 x$
25. Koji je rezultat sređivanja izraza $\frac{\sin(25\pi+x)}{\cos(32\pi+x)} + \operatorname{tg}(17\pi-x)$ za $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$?
26. Ako je $\alpha + \beta = \frac{11\pi}{6}$, onda je $\cos(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) - \cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin(3\pi - \beta)$ jednako
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. $-\frac{1}{2}$
27. Za koju vrijednost x iz intervala $[0, \pi]$ funkcija $f(x) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ nije definirana?
- ### TRIGONOMETRIJSKE JEDNADŽBE
28. (2011.) Odredi $\alpha \in [90^\circ, 180^\circ]$ za koji je $\sin \alpha = 0.8$.
29. (2011.) Odredite $x \in \langle \pi, 2\pi \rangle$ za koje je $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
30. (2014.) Odredite opće rješenje jednadžbe $\operatorname{tg}x = 2$.
31. (2014.) Odredi opće rješenje jednadžbe $2\cos x - 1 = 0$.
32. (2011.) Odredi $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ za koji je $\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = 1$.
33. Odredite dva rješenja jednadžbe $\sin\left(\frac{x-\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ u intervalu $[0, 6\pi]$.
34. (2015.) Odredite sva rješenja jednadžbe $\operatorname{tg}x - \sqrt{3} = 0$ iz intervala $[0, 2\pi]$.
35. (2017.) Napišite sva rješenja jednadžbe $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$.
36. (2013.) Zadana je funkcija $f(x) = 2 + \sin(3x)$. Odredite sve realne brojeve x za koje je $f(x) = 3$.
37. (2013.) Koliko rješenja ima jednadžba $2\sin(3x) + 1 = 0$ na intervalu $[0, \pi]$?
38. (2010.) Uz koji uvjet za realan broj $m \neq 0$ jednadžba $m\sin x - 1 = 0$ ima rješenja?
- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ B. $m \in \mathbb{R} \setminus [-1, 1]$
 C. $m \in \mathbb{R} \setminus \langle -1, 1 \rangle$ D. $m \in [-1, 1] \setminus \{0\}$
39. (2015.) Koliko se rješenja trigonometrijske jednadžbe $3\cos 2x + 2\sin^2 x = 0$ nalazi u intervalu $[0, 2\pi]$?
- A. jedno B. dva C. tri D. četiri
40. (2012.) Odredite opće rješenje jednadžbe $\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$.
41. Riješite jednadžbu $2\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg}x - 1 = 0$.
42. (2016.) Odredite sva rješenja jednadžbe $2\sin^2 x - 3\cos x = 0$.
43. (2016.) Riješite jednadžbu $\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$.
44. Odredite rješenja jednadžbe $\cos 2x - \cos x = 0$ iz intervala $[0, 2\pi]$.
45. Zbroj rješenja jednadžbe $\cos(3x) = \cos x$ koja se nalaze u intervalu $\langle 2\pi, 3\pi \rangle$ iznosi:
- A. $\frac{5\pi}{2}$ B. $\frac{7\pi}{2}$ C. $\frac{9\pi}{4}$ D. 5π
46. (2010.) Koliki je zbroj rješenja jednadžbe $\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$ na intervalu $[0, \pi]$?
- A. $\frac{7\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{3}$ C. $\frac{19\pi}{6}$ D. $\frac{13\pi}{3}$
47. Najmanje pozitivno rješenje jednadžbe $\frac{\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}2x}{1 - \operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tg}2x} = 1$ je
- A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{11\pi}{12}$ C. $\frac{\pi}{12}$ D. $\frac{7\pi}{12}$
48. (2010.) Odredite sva rješenja jednadžbe $2\cos^2 x = \sin 2x$ na intervalu $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
49. (2012.) Odredite $x \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$ za koji je $\cos^2 x - \sin 2x = 0$. Rješenje zapišite zaokruženo na četiri decimale.
50. (2018.) Odredite sva rješenja jednadžbe $\operatorname{tg}x + \frac{4}{\operatorname{tg}x} = 4$.
51. Odredite opće rješenje trigonometrijske jednadžbe $\cos^2 x = \sin^4 x + \cos^2 x \cdot \sin^2 x$.
52. (2010.) Koje je rješenje jednadžbe $\sin(x - \pi)\sin(x + 2\pi) = 3\cos(x + 3\pi)\cos(x - 4\pi)$ iz intervala $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$?
53. Riješite jednadžbu $2\sin 2x = \cos x$. Sva rješenja su
- A. $\frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $k\pi$ C. $\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{1}{4} + 2k\pi, 2.89 + 2k\pi$
54. (2014.) Koja od navedenih jednadžbi **nema** realna rješenja?
- A. $\frac{x-3}{x} = 0$ B. $\sqrt{x-3} = 0$
 C. $\sin x = -2$ D. $\operatorname{tg}x = -2$

GRAFOVI TRIGONOMETRIJSKIH FUNKCIJA

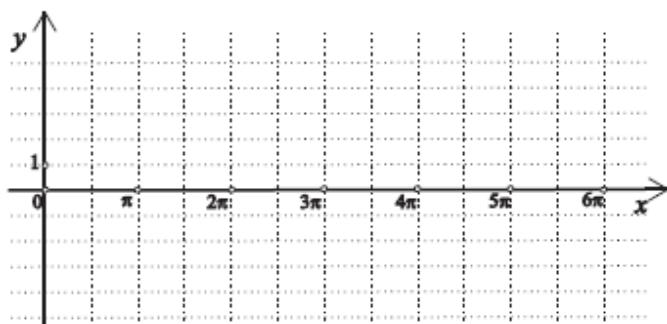
55. (2010.) Kolika je maksimalna vrijednost funkcije $f(x) = -3\sin x + 9$?
56. (2018.) Koliki je **temeljni period** funkcije $f(x) = \cos 6x$?
57. (2014.) Koliki je temeljni period funkcije $f(x) = 2\cos(8x)$?
58. (2010.) Koliki je temeljni period funkcije čiji je graf prikazan na slici?



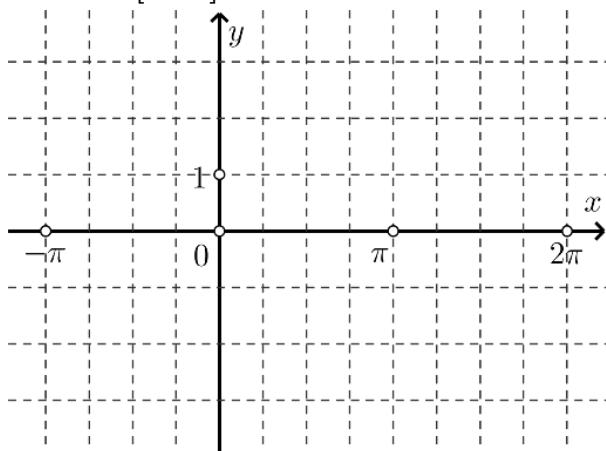
59. (2010.) Odredite temeljni period funkcije

$$f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$$

60. Odredite amplitudu i period funkcije $f(x) = 3\sin\frac{x}{2}$, te sve nultočke iz intervala $[0, 6\pi]$. Nacrtaj graff funkcije.

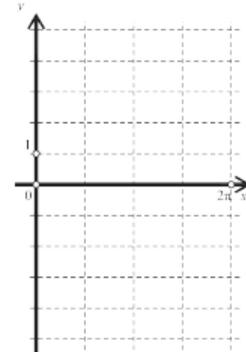


61. (2016.) Nacrtajte graff funkcije $f(x) = 3\cos x$ na intervalu $[-\pi, 2\pi]$.



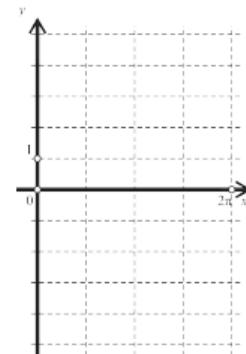
62. (2012.) Na intervalu $[0, 2\pi]$ nacrtajte graff funkcije

$$f(x) = -3\sin x.$$



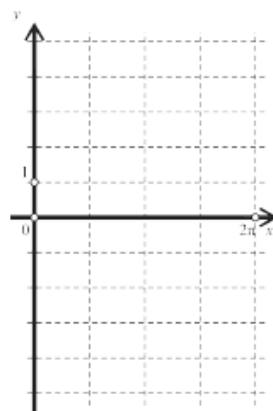
63. (2012.) Na intervalu $[0, 2\pi]$ nacrtajte graff funkcije

$$f(x) = 4\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right).$$



64. (2012.) Na intervalu $[0, 2\pi]$ nacrtajte graff funkcije

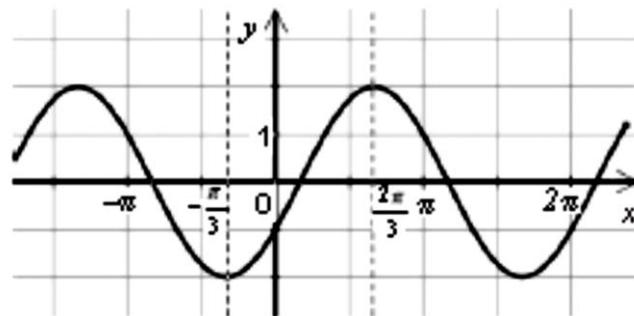
$$f(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$



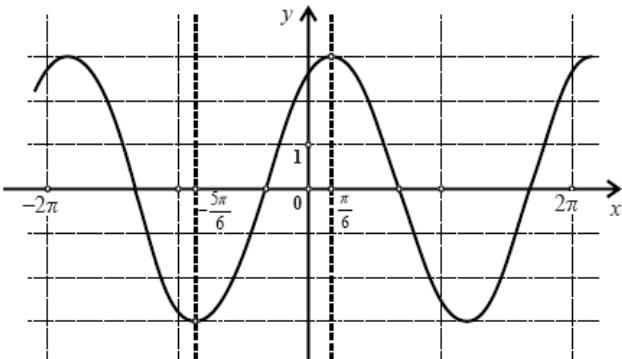
65. Dvije uzastopne nultočke funkcije $f(x) = a\sin bx$ su

$$-\frac{\pi}{3} \text{ i } \frac{\pi}{6}. \text{ Koliki je tada } b?$$

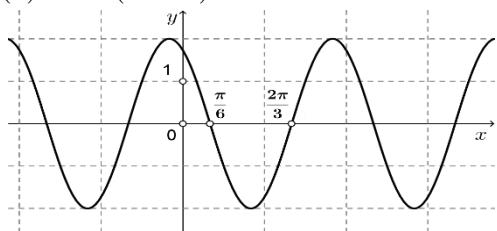
66. (2011.) Grafom je zadana funkcija $f(x) = A\sin(x + C)$. Odredi A i C.



67. (2011.) Grafom je zadana funkcija $f(x) = A \sin(x + C)$. Odredite A i C.

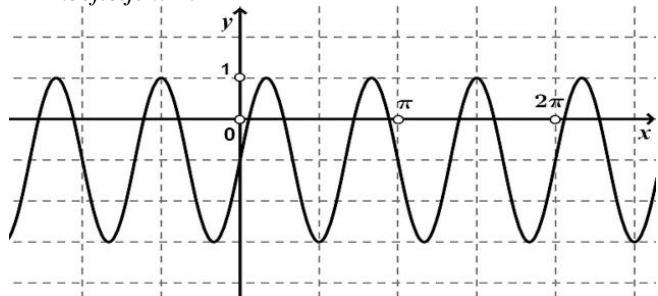


68. (2015.) Na slici je prikazan graf funkcije $f(x) = 2 \sin(Bx + C)$.

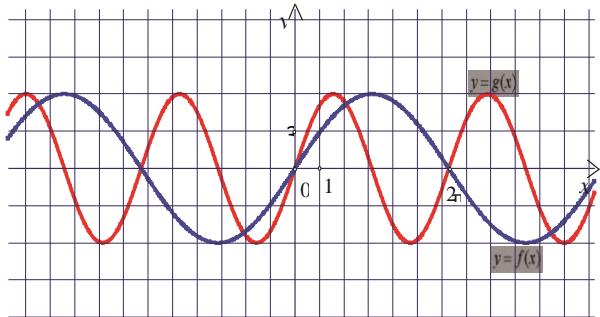


- Koliki je temeljni period te funkcije?
- Odredi najmanji pozitivan broj x za koji je $f(x) = -2$.

69. (2015.) Slika prikazuje graf funkcije $f(x) = A \sin(Bx) + D$. Odredite amplitudu A i koeficijent B.



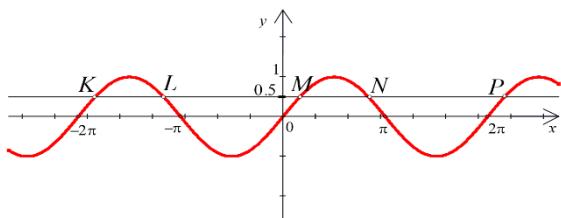
70. Na slici su prikazani grafovi trigonometrijskih funkcija f i g.
- Odredite funkcije f i g.
 - Očitaj s grafa koliko rješenja ima jednadžba $f(x) = g(x)$ na intervalu $[-2\pi, 2\pi]$.



71. (2010.) Koliko rješenja ima jednadžba $\sin x = \frac{1}{2}x$?
- 1
 - 3
 - 5
 - 7

72. Koliko rješenja ima jednadžba $\cos 2x = -\frac{1}{10}x$?
- 7
 - 9
 - 11
 - 13

73. Koja od navedenih jednadžbi ima za rješenja apscise istaknutih točaka K, L, M, N, P na slici?



- $2 \sin x - 1 = 0$
 - $2 \sin x + 1 = 0$
 - $2 \cos x - 1 = 0$
 - $2 \cos x + 1 = 0$
74. Broj rješenja jednadžbe $|\cos x| = \frac{1}{2}$ koja se nalaze unutar intervala $[0, 2\pi]$ je:
- 0
 - 2
 - 4
 - 6

PRIMJENA TRIGONOMETRIJSKIH FUNKCIJA

75. (2011.) Jednog ljetnog dana temperatura u pustinji mijenjala se prema formuli

$$T(t) = 16 \cos\left(\frac{t\pi - 15\pi}{12}\right) + 32, \text{ gdje je } t \text{ vrijeme od } 0 \text{ do}$$

24 sata, a T temperatura u °C.

- Kolika je temperatura bila u 7 sati ujutro?
 - U koje je vrijeme poslijepodne temperatura bila 41 °C?
 - Kolika je bila najviša temperatura toga dana?
76. (2016.) Temperatura T(t) izražena u °C mijenja se prema formuli $T(t) = A \cos(Bt + C) + D$, gdje je t vrijeme u satima. Kolike su vrijednosti parametara A i D ako je maksimalna temperatura 29 °C, minimalna 13 °C i $A < 0$?

- $A = -16, D = 21$
- $A = -16, D = 45$
- $A = -8, D = 21$
- $A = -8, D = 45$

77. (2016.) Istraživanje je pokazalo da se broj jedinka neke životinjske vrste periodički mijenja. Broj jedinka f(t) procjenjuje se prema formuli

$$f(t) = A \sin\left(Bt - \frac{7\pi}{4}\right) + D \text{ gdje je } t \text{ broj godina}$$

proteklih od početka mjerjenja. Najmanje jedinka te životinjske vrste bilo je 5 godina nakon početka mjerjenja kada je prebrojano 300 jedinka. Nakon toga broj jedinka je rastao u iduće 4 godine te je najviše jedinka te životinjske vrste bilo 9 godina nakon početka mjerjenja kada je prebrojano 920 jedinka. Koliki će prema toj procjeni biti broj jedinka te životinjske vrste 18 godina nakon početka mjerjenja?

- 680
 - 750
 - 830
 - 910
78. (2011.) Prosječna dnevna temperatura T (u °C) u nekom gradu može se procijeniti prema formuli

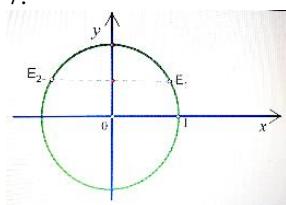
$$T(d) = a \sin\left(\frac{2\pi}{365}(d - 123)\right) + 12, \text{ gdje je } d \text{ redni broj}$$

dana u godini (primjerice, 1. veljače d=32). Razlika u temperaturi 22. veljače i 2. veljače je 1.3 °C. Kolika je vrijednost parametra a?

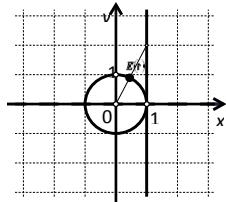
- 18.6
- 19.7
- 20.3
- 21.4

Rješenja

1. D.
2. 260^0
3. A.
4. 2.36
5. A.
6. 0.8
7.



8. D.
9. B.
10.

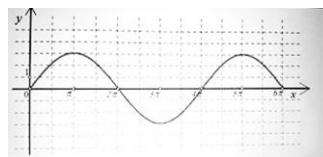


11. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
12. D.
13. D.
14. A.
15. $\frac{a+1}{a-1}$
16. $2a^2$
17. 0.5
18. A.
19. 0.96
20. B.
21. C.

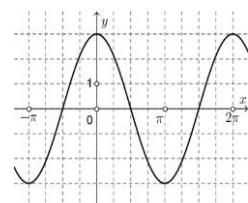
22. $\frac{\sqrt{2}-4}{6}$
23. $\sin \alpha$
24. D.
25. $-2\tan x$
26. A.
27. $\frac{5\pi}{6}$
28. $126^0 52' 12''$
29. $\frac{7\pi}{6}$
30. $1.10715 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
31. $\pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
32. $\frac{5\pi}{3}$
33. $2\pi \text{ i } 4\pi$
34. $\frac{\pi}{3} \text{ i } \frac{4\pi}{3}$
35. $\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

36. $\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
37. 2
38. C.
39. D.
40. $\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
41. $x_1 = \frac{\pi}{4} + k\pi,$
 $x_2 = -0.46 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
42. $\pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
43. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
44. $0, \frac{2\pi}{3} \text{ i } \frac{4\pi}{3}$
45. A.
46. A.
47. C.
48. $\frac{\pi}{4} \text{ i } \frac{\pi}{2}$
49. 0.4636

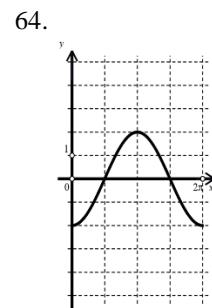
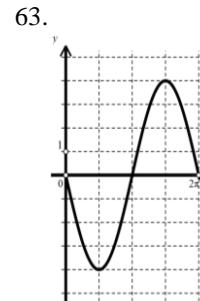
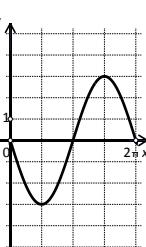
50. $1.10715 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
51. $\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
52. $\frac{2\pi}{3}$
53. C.
54. C.
55. 12
56. $\frac{\pi}{3}$
57. $\frac{\pi}{4}$
58. $\frac{\pi}{2}$
59. 4
60. $A = 3, P = 4\pi$
 $0, 2\pi, 4\pi, 6\pi$



- 61.



- 62.



65. $b = \frac{2}{3}$
66. $A = 2, C = -\frac{\pi}{6}$
67. $A = 3, C = \frac{\pi}{3}$
68. a. π
b. $\frac{5\pi}{12}$
69. $A = 2, B = 3$
70. a. $f(x) = 2 \sin \frac{x}{2},$
 $g(x) = 2 \sin x$
b. 5
71. B.
72. D.
73. A.
74. C.
75. a. 24^0
b. 18 h 43 min
c. 48^0
76. C.
77. C.
78. B.