



1. kolo 2023./2024.

M – F - K

M-F-K. 2.r. Kroz vodovodnu cijev teče voda brzinom 1 m s^{-1} . Na jednom dijelu cijevi dolazi do taloženja kamenca (kalcijeva karbonata) iz vode. Iz svake se litre vode istaloži 5 mmol kamenca. Za koji se iznos promijeni statički tlak vode u cijevi nakon taloženja? Zanimarite gravitacijski utjecaj.

A.	B.	C.	D.	E.
250 mPa	750 mPa	1250 mPa	1750 mPa	ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje:

$$v = 1 \text{ m/s}$$

$$c = 5 \text{ mmol/L}$$

Krenimo od Bernoullijeve jednadžbe:

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konst.},$$

Gdje je p statički tlak, ρ gustoća tekućine (u ovom slučaju vode), a v brzina toka. Budući da gravitacijski utjecaj zanemarujemo, član ρgh brišemo iz jednadžbe. Taloženjem kamenca dolazi do promjene gustoće vode, pa Bernoullijevu jednadžbu možemo zapisati na sljedeći način gdje indeks 1 označava sustav prije taloženja, a indeks 2 poslije.

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v^2$$

Okretanjem dane jednadžbe lako dobivamo izraz za promjenu tlaka.

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{1}{2} v^2 (\rho_1 - \rho_2)$$

Promotrimo što se događa s volumenom vode V prije i nakon taloženja. Volumen vode V ima gustoću ρ_1 i masu m_1 prije taloženja. Iz toga se volumena istaloži masa kamenca m_{talog} , pa je masa vode nakon taloženja $m_1 - m_{\text{talog}}$. Volumen vode V ne mijenja se prilikom taloženja. Dakle, gustoća vode nakon taloženja iznosi:

$$\rho_2 = \frac{m_1 - m_{talog}}{V} = \rho_1 - \frac{m_{talog}}{V}$$

Uvrstimo li ovaj izraz u jednadžbu za promjenu tlaka dobivamo izraz

$$\Delta p = \frac{1}{2} v^2 \frac{m_{talog}}{V}.$$

Preostalo je izračunati masu taloga po jedinici volumena vode. Zadano je da je množina taloga po jedinici volumena (koncentracija) jednaka c . Masa taloga dana je s:

$$m_{talog} = n \cdot M,$$

gdje je n množina taloga, a M molarna masa, stoga je masa taloga po jedinici volumena dana s:

$$\frac{m_{talog}}{V} = c \cdot M.$$

Kemijska formula kamenca (kalcijeva karbonata) je CaCO_3 , a molarna mu je masa

$$M = M_r(\text{Ca}) + M_r(\text{C}) + 3 \cdot M_r(\text{O}) = 40.08 + 12.01 + 3 \cdot 16.00 = 100.09 \text{ g/mol}$$

Promjena tlaka stoga iznosi:

$$\Delta p = \frac{1}{2} v^2 c \cdot M = \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 100.09 = 0.250225 \text{ Pa} \approx 250 \text{ mPa}$$

Točan odgovor je **A**.

M-F-K. 3.r. Cijev duljine 1 m napunjena je vodom. Na krajeve cijevi postavljene su elektrode čija razlika potencijala iznosi 2V. U cijev je usipana kuhinjska sol. Brzina kemijske reakcije otapanja kuhinjske soli iznosi $2 \text{ mol L}^{-1}\text{s}^{-1}$. Srednja brzina pozitivnih iona iznosi $0,1 \text{ mm s}^{-1}$, a negativnih $0,08 \text{ mm s}^{-1}$. Koliko iznosi otpornost otopine u cijevi nakon 10 s?

A. $2,88 \times 10^{-6} \Omega\text{m}$	B. $5,76 \times 10^{-6} \Omega\text{m}$	C. $2,59 \times 10^{-5} \Omega\text{m}$	D. $5,18 \times 10^{-5} \Omega\text{m}$	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
---	---	---	---	---

Rješenje:

$$U = 2V$$

$$v_{kem} = 2 \text{ mol/(Ls)}$$

$$v_+ = 0.1 \text{ mm/s} = 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$v_- = 0.08 \text{ mm/s} = 0.8 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

Kuhinjska je sol kemijske formule NaCl te otapanjem disocira na ione Na^+ i Cl^- . Ovi se ioni gibaju u suprotnim smjerovima, ali budući da su suprotnih naboja struje jednih i drugih se zbrajaju, pa vrijedi:

$$I = v_+ \cdot e \cdot n(\text{Na}^+) \cdot S + v_- \cdot e \cdot n(\text{Cl}^-) \cdot S.$$

Budući da je omjer množina natrijevih i klorovih iona 1, gornju jednakost možemo faktorizirati.

$$I = S \cdot e \cdot n(\text{Na}^+) \cdot (v_+ + v_-)$$

Brzina kemijske reakcije definirana je kao $v_{kem} = \frac{c}{t}$, gdje je c koncentracija. Odavde slijedi

$$v_{kem} = \frac{n}{V \cdot t} = \frac{n(\text{Na}^+)}{N_A \cdot t}$$

Oznaka n označava množinu, dok je $n(\text{Na}^+)$ brojevná gustoća natrijevih iona, pa se onda ovdje javlja avogadrova konstanta. Uvrstimo li ovo u izraz za struju, dobivamo:

$$I = S \cdot e \cdot v_{kem} \cdot t \cdot N_A \cdot (v_+ + v_-)$$

S druge strane, znamo da vrijede Ohmov zakon i definicija otpornosti.

$$I = \frac{U}{R} \quad R = \rho \frac{L}{S}$$

Kombinacijom posljednje tri jednadžbe dobivamo sljedeće rezultate.

$$\frac{U}{R} = S \cdot e \cdot v_{kem} \cdot t \cdot N_A \cdot (v_+ + v_-)$$

$$U \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{S}{L} = S \cdot e \cdot v_{kem} \cdot t \cdot N_A \cdot (v_+ + v_-)$$

$$\rho = \frac{U}{L} \cdot \frac{1}{e \cdot v_{kem} \cdot t \cdot N_A \cdot (v_+ + v_-)}$$

$$\rho = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \cdot (0.8 + 1) \cdot 10^{-4}} \Omega\text{m} \approx 5.76 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$$

Točan odgovor je **B**.