

Naučimo srednja škola



2026. /2027.

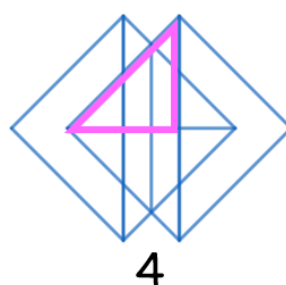
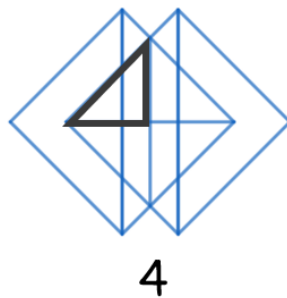
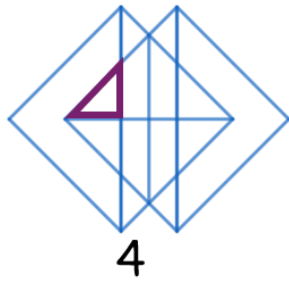
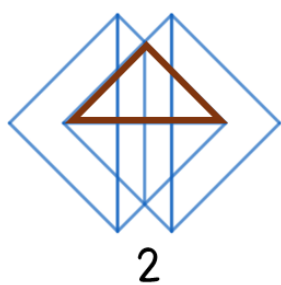
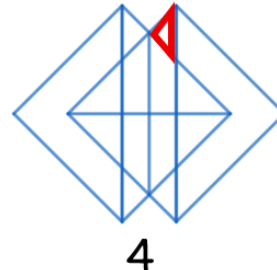
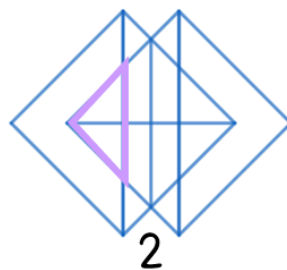
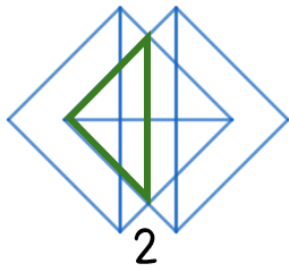
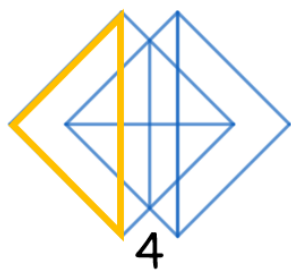
1. kolo

1. Koliko je trokuta na slici?



A.	B.	C.	D.	E.
24	22	28	26	ne želimo odgovoriti na pitanje

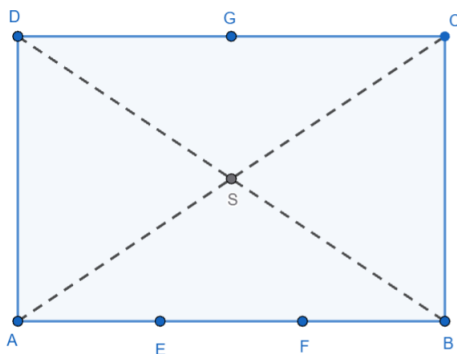
Rješenje.



Ukupno je trokuta: $5 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 20 + 6 = 26$.

Točan odgovor je D.

2. Točka S sjecište je dijagonala pravokutnika $ABCD$. Točke E i F dijele stranicu $\overline{AB}$ na tri jednaka dijela, a točka G stranicu $\overline{CD}$ na dva jednaka dijela. Koliki dio površine pravokutnika zauzimaju zajedno trokuti ASG i EFC ?



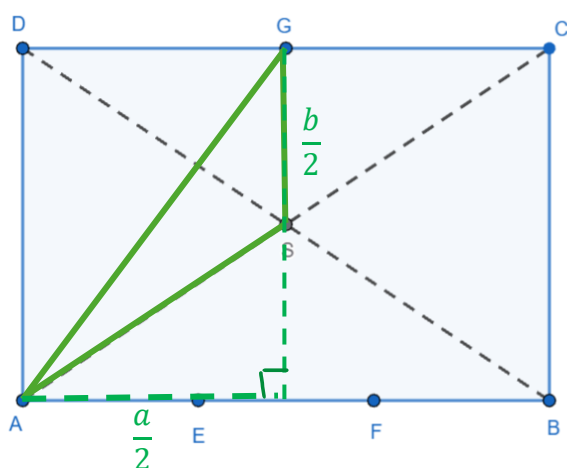
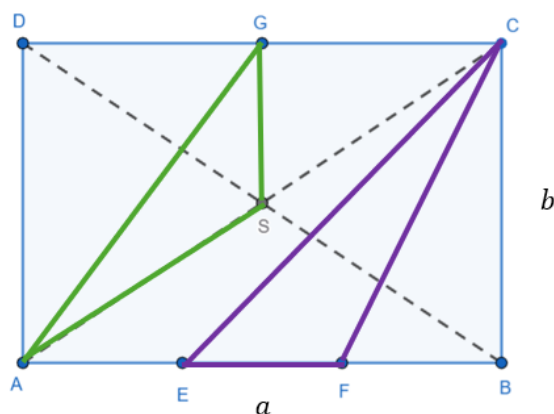
A.	B.	C.	D.	E.
$\frac{7}{24}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{5}{12}$	ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje.

Istaknimo trokute ASG i EFC .

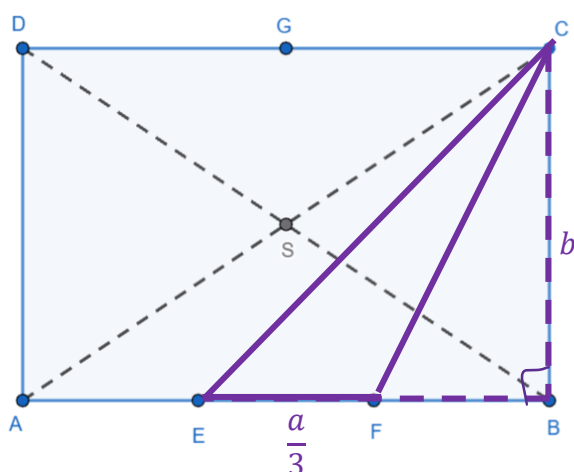
Označimo duljine stranica pravokutnika standardno s $|AB| = a$ i $|BC| = b$.

Uočimo jednu osnovicu i njoj pripadnu visinu za oba trokuta.



Osnovica $\overline{SG}$ usporedna je sa stranicom $\overline{BC}$ pravokutnika i duljine je $\frac{b}{2}$. Visina na tu osnovicu pripada stranici $\overline{AB}$ pravokutnika i duljine je $\frac{a}{2}$.

$$P_{\Delta ASG} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{ab}{8} = \frac{P_{\blacksquare}}{8}$$



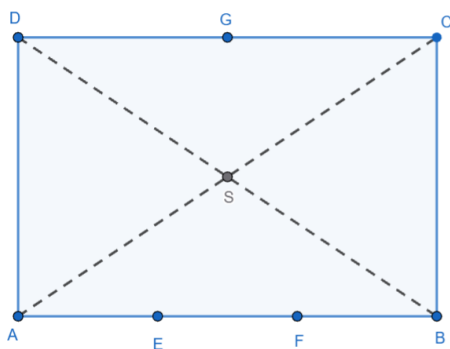
Osnovica $\overline{EF}$ pripada stranici $\overline{AB}$ i duljine je $\frac{a}{3}$. Visina na tu osnovicu stranica je pravokutnika $\overline{BC}$ i duljine je b .

$$P_{\Delta EFC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot b = \frac{ab}{6} = \frac{P_{\blacksquare}}{6}$$

$$P_{\Delta ASG} + P_{\Delta EFC} = \frac{P_{\blacksquare}}{8} + \frac{P_{\blacksquare}}{6} = \frac{3+2}{24} P_{\blacksquare} = \frac{5}{24} P_{\blacksquare}$$

Točan odgovor je C.

3. Točka S sjecište je dijagonala pravokutnika $ABCD$. Točke E i F dijele stranicu $\overline{AB}$ na tri jednaka dijela, a točka G stranicu $\overline{CD}$ na dva jednaka dijela. Točka T pripada stranici $\overline{BC}$. Trokuti ASG i EFT zauzimaju zajedno $\frac{31}{120}$ površine pravokutnika. Koliko je $|BT| : |TC|$?



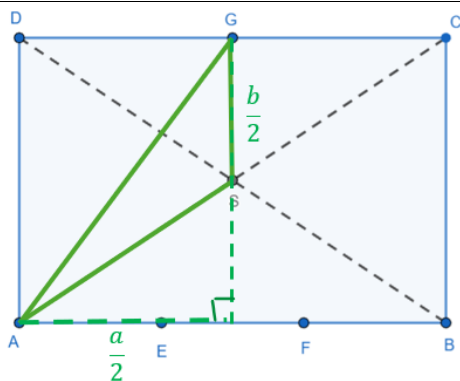
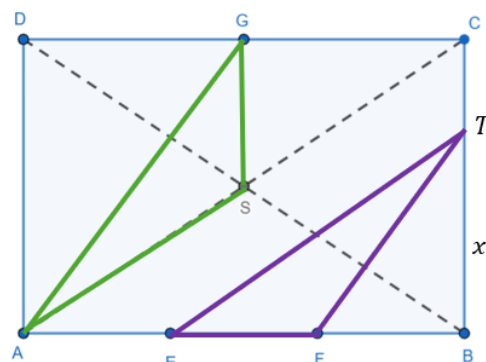
A.	B.	C.	D.	E.
3 : 1	5 : 1	5 : 2	4 : 1	ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje.

Istaknimo trokute ASG i EFC .

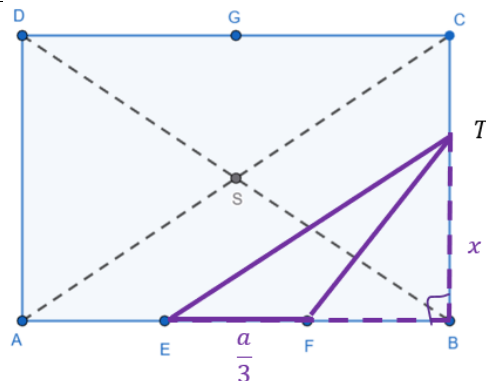
Označimo duljine stranica pravokutnika standardno s $|AB| = a$ i $|BC| = b$, a udaljenost točke T od B s x .

Uočimo jednu osnovicu i njoj pripadnu visinu za oba trokuta.



Osnovica $\overline{SG}$ usporedna je sa stranicom pravokutnika i duljine je $\frac{b}{2}$. Visina na tu osnovicu pripada stranici $\overline{AB}$ pravokutnika i duljine je $\frac{a}{2}$.

$$P_{\Delta ASG} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{ab}{8}$$



Uočimo osnovicu $\overline{EF}$ duljine $\frac{a}{3}$. Visina na tu osnovicu je $\overline{BT}$ duljine x .

$$P_{\Delta EFC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot x = \frac{ax}{6}$$

$$P_{\Delta ASG} + P_{\Delta EFC} = \frac{31}{120} ab \Rightarrow \frac{ab}{8} + \frac{ax}{6} = \frac{31}{120} ab \Rightarrow 15b + 20x = 31b \Rightarrow 20x = 16b \Rightarrow x = \frac{4}{5} b$$

$$|BT| : |TC| = x : (b - x) = \frac{4}{5} b : \frac{1}{5} b = 4 : 1$$

Točan odgovor je D.

4. Trokut ABC jednakokrčan je s osnovicom $\overline{AB}$. Krak $\overline{BC}$ trokuta ABC osnovica je jednakokračnog trokuta CBD koji se nalazi s vanjske strane trokuta ABC . Ako su veličine kutova uz osnovice obaju trokuta 24° , kolika je veličina šiljastog kuta koji zatvaraju simetrala kuta BAC i simetrala kraka $\overline{CD}$?

A.	B.	C.	D.	E.
82°	66°	12°	78°	ne želimo odgovoriti na pitanje

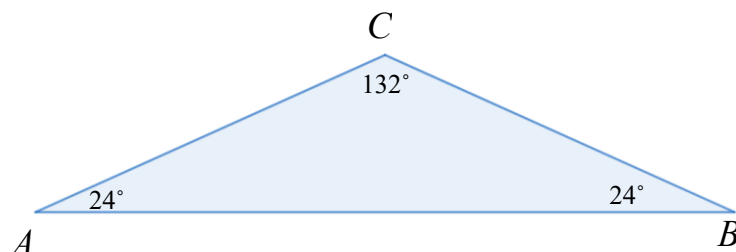
Rješenje.

Primijetimo da je ABC jednakokrčan s osnovicom $\overline{AB}$ i veličinom kuta od 24° uz osnovicu.

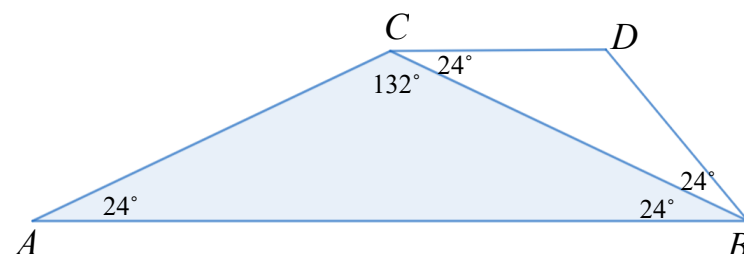
To znači da je veličina kuta nasuprot osnovici jednaka:

$$180^\circ - 2 \cdot 24^\circ = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$$

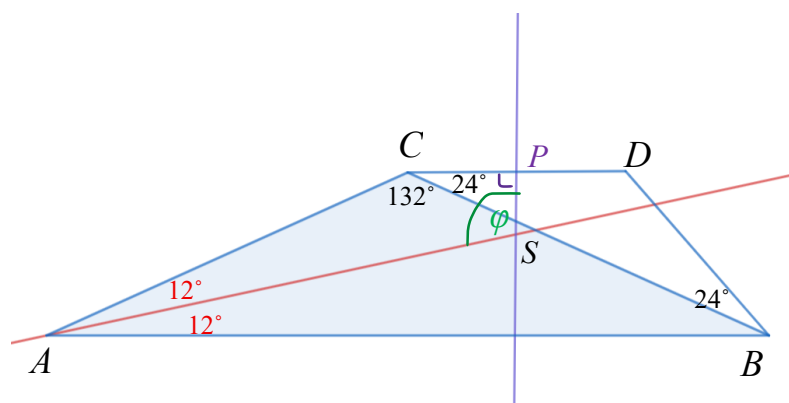
Dakle, trokut je tupokutan. Nacrtajmo ga.



Krak $\overline{BC}$ trokuta ABC osnovica je jednakokračnog trokuta CBD koji se nalazi s vanjske strane trokuta ABC i kojem je također kut uz osnovicu veličine 24° .



Nacrtajmo simetralu kuta BAC i simetralu kraka $\overline{CD}$. Njihovo sjecište označimo sa S .



Promotrimo četverokut $ASPD$. Zbroj kutova u četverokutu je 360° .

$$12^\circ + \varphi + 90^\circ + 24^\circ + 132^\circ = 360^\circ \rightarrow \varphi + 258^\circ = 360^\circ \rightarrow \varphi = 102^\circ$$

Budući da je veličina tupog kuta između promatranih simetrala 102° , veličina šiljastog je $180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$.

Točan odgovor je D.

5. Trokut ABC jednakokravan je s osnovicom $\overline{AB}$. Krak $\overline{BC}$ trokuta ABC osnovica je jednakokračnog trokuta CBD koji se nalazi s vanjske strane trokuta ABC . Ako su veličine kutova uz osnovice obaju trokuta jednake i manje od 30° , što sigurno vrijedi za veličinu šiljastog kuta koji zatvaraju simetrala kuta BAC i simetrala kraka $\overline{CD}$?

A.	B.	C.	D.	E.
manja je od 30°	veća je od 30° , a manja od 60°	veća je od 60° , a manja od 75°	veća je od 75° , a manja od 90°	ne želimo odgovoriti na pitanje

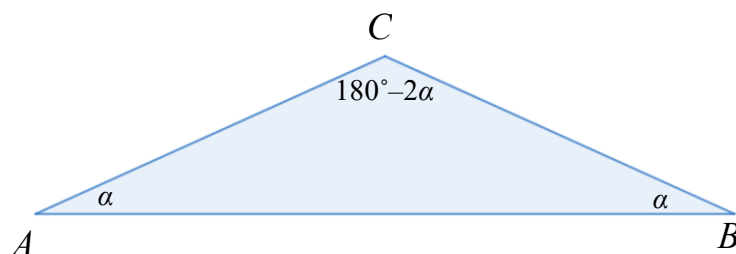
Rješenje.

Primijetimo da je ABC jednakokravan s osnovicom $\overline{AB}$ i veličinom kuta α manjom od 30° uz osnovicu.

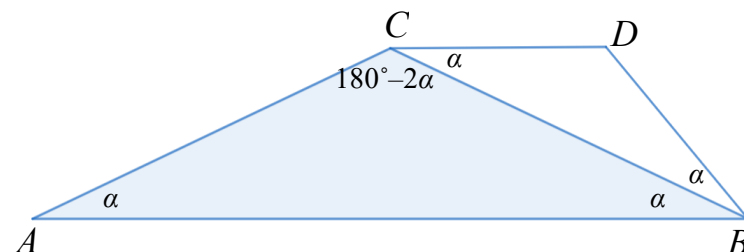
Tada za veličinu kuta nasuprot osnovici vrijedi:

$$180^\circ - 2\alpha > 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

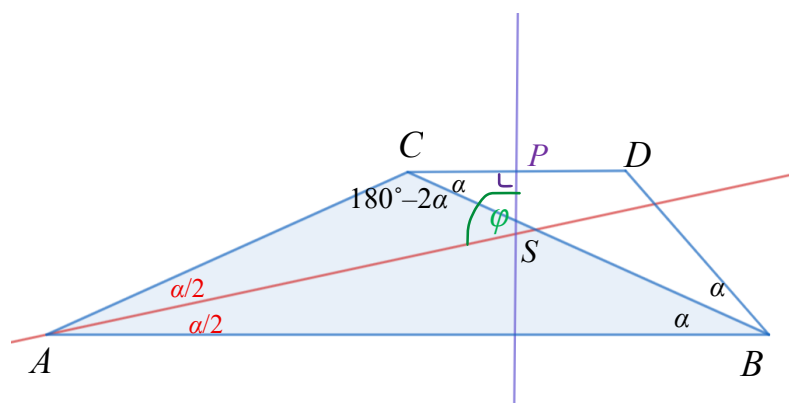
Dakle, trokut je tupokutan. Nacrtajmo ga.



Krak $\overline{BC}$ trokuta ABC osnovica je jednakokračnog trokuta CBD koji se nalazi s vanjske strane trokuta ABC i kojem je također kut uz osnovicu veličine α .



Nacrtajmo simetralu kuta BAC i simetralu kraka $\overline{CD}$. Njihovo sjecište označimo sa S .



Promotrimo četverokut $ASPD$. Zbroj kutova u četverokutu je 360° .

$$\frac{\alpha}{2} + \varphi + 90^\circ + \alpha + 180^\circ - 2\alpha = 360^\circ$$

$$\varphi = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

Budući da je veličina tupog kuta između promatranih simetrala $\varphi = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$, veličina šiljastog je:

$$180^\circ - \varphi = 180^\circ - 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

$$0^\circ < \alpha < 30^\circ$$

$$0^\circ < \frac{\alpha}{2} < 15^\circ$$

$$-15^\circ < -\frac{\alpha}{2} < 0^\circ$$

$$90^\circ - 15^\circ < 90^\circ - \frac{\alpha}{2} < 90^\circ$$

$$75^\circ < 90^\circ - \frac{\alpha}{2} < 90^\circ$$

Točan odgovor je D.

6. Koliko postoji peteroznamenastih brojeva djeljivih s 3 kod kojih je prva znamenka dvostruko veća od druge, treća je znamenka za 2 veća od četvrte, a četvrta je znamenka za 3 veća od druge?

A.	B.	C.	D.	E.
13	12	7	8	ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje.

Zapišimo peteroznamenasti broj $\overline{abcde}$ i dana svojstva.

djeljivi je s 3

$$a + b + c + d + e = 3k, k \in \mathbb{N}$$

prva znamenka dvostruko veća od druge

$$a = 2b$$

treća je znamenka za 2 veća od četvrte

$$c = 2 + d$$

četvrta je znamenka za 3 veća od druge

$$d = 3 + b$$

Pogledajmo sve mogućnosti kada je znamenka a parna.

a	$b = \frac{a}{2}$	$d = 3 + b$	$c = 2 + d$	$a + b + c + d$	$e = 3k - (a + b + c + d)$	$\overline{abcde}$
2	1	4	6	13	2 5 8	21642 21645 21648
4	2	5	7	18	0 3 6 9	42750 42753 42756 42759
6	3	6	8	23	2 5 8	63862 63865 63868
8	4	7	9	28	2 5 8	78972 78975 78978

Ukupno je brojeva $3 + 4 + 3 + 3 = 13$.

Točan odgovor je A.



7. Na vagon je bilo natovareno 5 tona blata koje sadrži 88 % vode. Nakon cijelog dana na suncu dio je vode ispario pa se udio vode u blatu smanjio na 75 %. Kolika je sada masa tog blata u kilogramima (zaokružena na cijeli broj)?



A.	B.	C.	D.	E.
4 350 kg	4 260 kg	2 400 kg	3 300 kg	ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje.

Na početku je natovareno 5 tona blata koje sadrži 88 % vode, dakle 12 % krute tvari.

$$5000 \cdot 0.12 = 600 \text{ kg krute tvari}$$

Nakon cijelog dana na suncu dio je vode ispario pa se udio vode u blatu smanjio na 75 %. To znači da je količina krute tvari na kraju dana bila 25 %.

Budući da se **sušenjem količina krute tvari ne mijenja**, ona je i na kraju dana iznosila 600 kg. Dakle, želimo odrediti od koje količine blata je 25 % jednako 600 kg.

$$x \cdot 0.25 = 600 \quad \rightarrow \quad x = 600 \cdot 4 = 2400 \text{ kg}$$

Točan odgovor je C.

8. Na vagon je bilo natovareno 7 tona blata koje sadrži 88 % vode. Na suncu je dio vode ispario pa je nakon isparavanja udio vode u blatu u gornjoj trećini 73 %, a u donjem dijelu 82 %. Kolika je sada masa tog blata u kilogramima (zaokružena na cijeli broj)?



A. 3 733 kg	B. 3 818 kg	C. 4 000 kg	D. 4 148 kg	E. ne želimo odgovoriti na pitanje
----------------	----------------	----------------	----------------	------------------------------------

Rješenje:

početak

7 tona blata
88 % vode $\Rightarrow$ 12 % krute tvari
 $7000 \times 0.12 = 840 \text{ kg}$ krute tvari



kraj

x tona blata
 y % vode

$$\begin{array}{l} \frac{1}{3}x \quad \text{73 \% vode} \\ \frac{2}{3}x \quad \text{82 \% vode} \end{array}$$

$$\frac{1}{3}x \cdot \frac{73}{100} + \frac{2}{3}x \cdot \frac{82}{100} = x \cdot \frac{y}{100}$$

$$73 + 2 \cdot 82 = 3y$$

$$y = 79$$

ukupno 79 % vode $\Rightarrow$ 21 % krute tvari

količina krute tvari se ne mijenja

$$840 = x \cdot \frac{21}{100} \text{ pa je } x = 4000 \text{ kg}$$

Pogrešno zaključivanje:

početak

7 tona blata
88 % vode, tj. 21 % krute tvari
 $7000 \times 0.12 = 840 \text{ kg}$ krute tvari

$$\begin{array}{l} \frac{1}{3} \cdot 840 = 280 \quad \text{73 \% vode} \\ \frac{2}{3} \cdot 840 = 560 \quad \text{82 \% vode} \end{array}$$

$$280 = \frac{27}{100} \cdot x_1 \Rightarrow x_1 = 1037 \text{ kg blata}$$

$$560 = \frac{18}{100} \cdot x_2 \Rightarrow x_2 = 3111 \text{ kg blata}$$

ukupno $1037 + 3111 = 4148 \text{ kg blata}$

kraj (provjera dobivenih rezultata)

4148 kg blata
(„nakon isparavanja udio vode u blatu u gornjoj trećini 73 %, a u donjem dijelu 82 %“)

$$\begin{array}{l} \frac{1}{3} \cdot 4148 \\ \frac{2}{3} \cdot 4148 \end{array}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 4148 \cdot \frac{73}{100} + \frac{2}{3} \cdot 4148 \cdot \frac{82}{100} = 4148 \cdot \frac{y}{100}$$

$$y = 79$$

ukupno 79 % vode, tj. 21 % krute tvari

21% od 4148 kg je **871.08 kg**

količina krute tvari se promijenila!!!