2026./2027.

1. kolo

Naučimo MATEMATIKA

1. Niko želi u prazna polja rasporediti različite neparne znamenke tako da dobiveni zbroj bude najveći moguć. Koja je znamenka jedinice tako dobivenog zbroja?

			+			=	?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
4	6	2	8	ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje.

Neparne znamenke su 1, 3, 5, 7 i 9 pa ćemo ih sve rasporediti u prazna polja. Kako bismo dobili najveći mogući zbroj, najveće dostupne znamenke moramo postaviti na mjesta s najvećom težinskom vrijednošću (stotice i desetice).

Stotice: Na raspolaganju imamo samo jedno polje za stotice (prvo polje u troznamenkastom broju). Tu moramo staviti najveću znamenku, a to je 9.

9			+			=	?

Desetice: Imamo dva polja za desetice (srednje polje troznamenkastog broja i prvo polje dvoznamenkastog broja). Sljedeće dvije najveće znamenke su 7 i 5. Nije važno koju će staviti u jedan, a koju u drugi broj, zbroj će biti jednak.

9	**7**		+	**5**		=	?

Jedinice: Za posljednja dva polja (mjesta jedinica u oba broja) preostale su nam najmanje znamenke, a to su 3 i 1.

9	**7**	**3**	+	**5**	**1**	=	**1024**

Dobilo smo broj koji na mjestu jedinice ima znamenku 4.

Točan odgovor je A.

2. Za koliko prirodnih brojeva a vrijedi $V(a, 90) = 720$?

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
manje od 5	5	6	više od 6	ne želimo odgovoriti na pitanje

Rješenje.

$V(a, 90) = 720$ → najmanji zajednički višekratnik brojeva a i 90 jednak je 720.

Rastavimo na proste faktore 90 i 720:

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \qquad \text{i} \qquad 720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Budući da je 720 višekratnik broja a, broj a u svom rastavu na proste faktore može sadržavati isključivo proste faktore 2, 3 i 5.

Zapišimo ga u općem obliku:

$$a = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

gdje su x, y, z nenegativni cijeli brojevi.

$V(a, 90) = 720 \qquad \rightarrow \qquad V(2^x \cdot 3^y \cdot 5^z,\ 2 \cdot 3^2 \cdot 5) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$

- budući da se u rastavu broja 90 prosti broj 2 javlja s eksponentom 1, a u višekratniku 72 s eksponentom 4, zaključujemo da x treba biti jednak 4.

$$V(2^x \cdot 3^y \cdot 5^z, 2 \cdot 3^2 \cdot 5) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \qquad \rightarrow \qquad a = 2^4 \cdot 3^y \cdot 5^z$$

Preostalo je odrediti sve mogućnosti za eksponente faktora 3 i 5.

- budući da se u oba broja, 90 i 720, prosti faktor 3 javlja s istim eksponentom 2, broj a može i ne mora imati prosti faktor 3. Dakle, $y \in \{0,1,2\}$.
- budući da se u oba broja, 90 i 720, prosti faktor 5 javlja s istim eksponentom 1, broj a može i ne mora imati prosti faktor 5. Dakle, $z \in \{0,1\}$.

Dakle, x mora biti jednak 4, y možemo izabrati na 3 načina, a z na 2 načina. Ukupan broj izbora je $3 \cdot 2 = 6$.

$2^4 \cdot 3^0 \cdot 5^0 = 16$ $\qquad$ $2^4 \cdot 3^0 \cdot 5^1 = 80$
$2^4 \cdot 3^1 \cdot 5^0 = 48$ $\qquad$ $2^4 \cdot 3^1 \cdot 5^1 = 240$
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^0 = 144$ $\qquad$ $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 720$

Točan odgovor je C.